

変額年金の規制とリスク管理

2012. 1. 19

明治大学 松山直樹



1. VAの商品・リスク構造

なぜ変額年金(VA)に注目するのか？

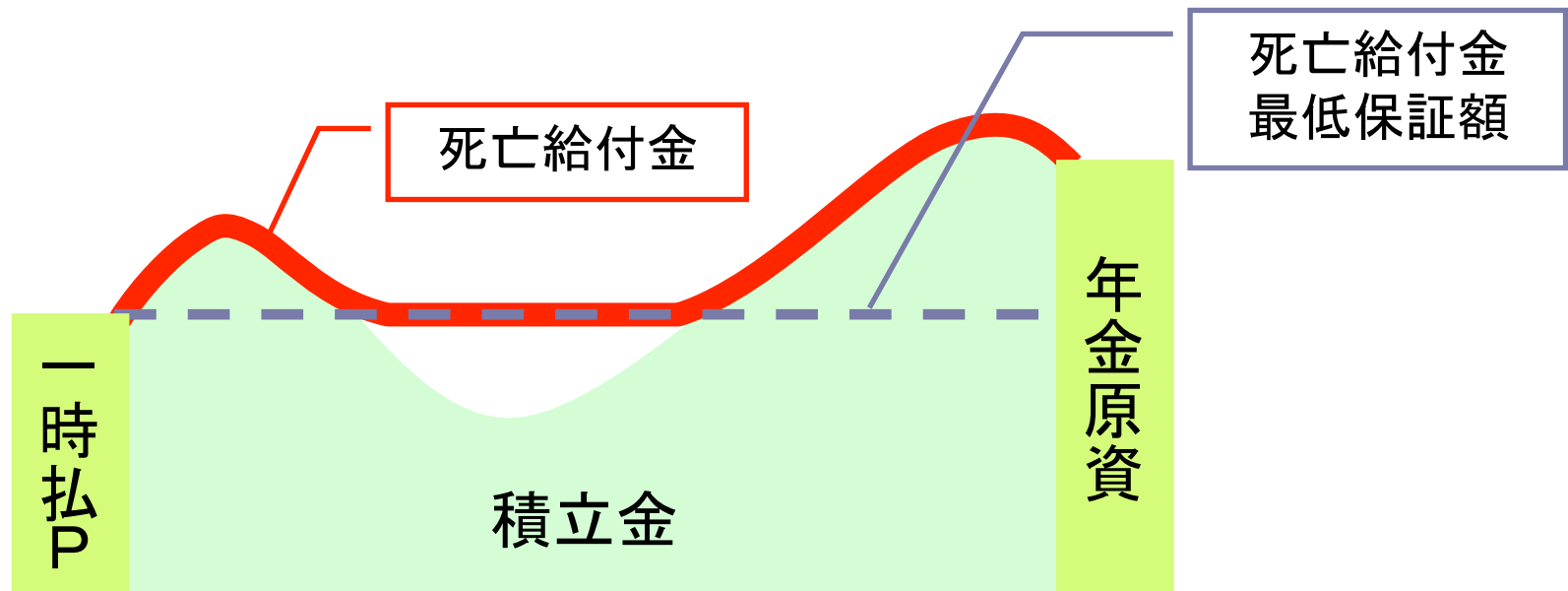
- 米国と日本で、近年最も営業上成功した生保商品
- 最低保証付変額年金(VAGMB)の最低保証(MGO: minimum guarantee option)は最も明瞭な内在オプション
- MGOに関する責任準備金規制は、確率論的な手法を採用(⇒経済価値規制への第一歩)
- MGOのALMはヘッジを意味(⇒ALMでのデリバティブ活用、多様な保険の内在オプション対応への第一歩)
- 北米の規制(CTE)と日本の規制(RAE)という実質的に異なる二種類の計算原理が、日本の変額年金市場に関与(⇒再保険を通じて海外事情が日本市場に直接影響した初めてのケース)
- 金融危機が引き金となりVA元受事業と再保事業からの撤退が相次いだのは何故か？

最低保証付変額年金(VAGMB)

- 最低保証付変額年金(VAGMB、略してVA)は、米国でヒットしたあと1999年に日本にも登場し、2002年の銀行窓販開始で飛躍的に販売が拡大
 - 典型的VAは一時払い商品(SPVA)であり、以下の特徴
 - i. 保険料は、全額特別勘定(SA)に投入(販売手数料が控除されることも)
 - ii. 年金受取額が投資信託(または自社ファンド)運用成績から保険関係費用率(含む最低保証コスト)＋運用関係費用率(信託報酬等)を日々控除したものに比例して増減
 - iii. 死亡時や年金開始時の最低保証オプション(MGO)を保険関係費用収入の対価として一般勘定が引き受け
- ⇒ 契約者が保険会社に払い込む保険料は特別勘定投入額を意味する名目的なものにすぎない
- ⇒ 真の保険料は、「保険関係費用率／365×日々の特別勘定残高」の累計であり金額はボラタイル

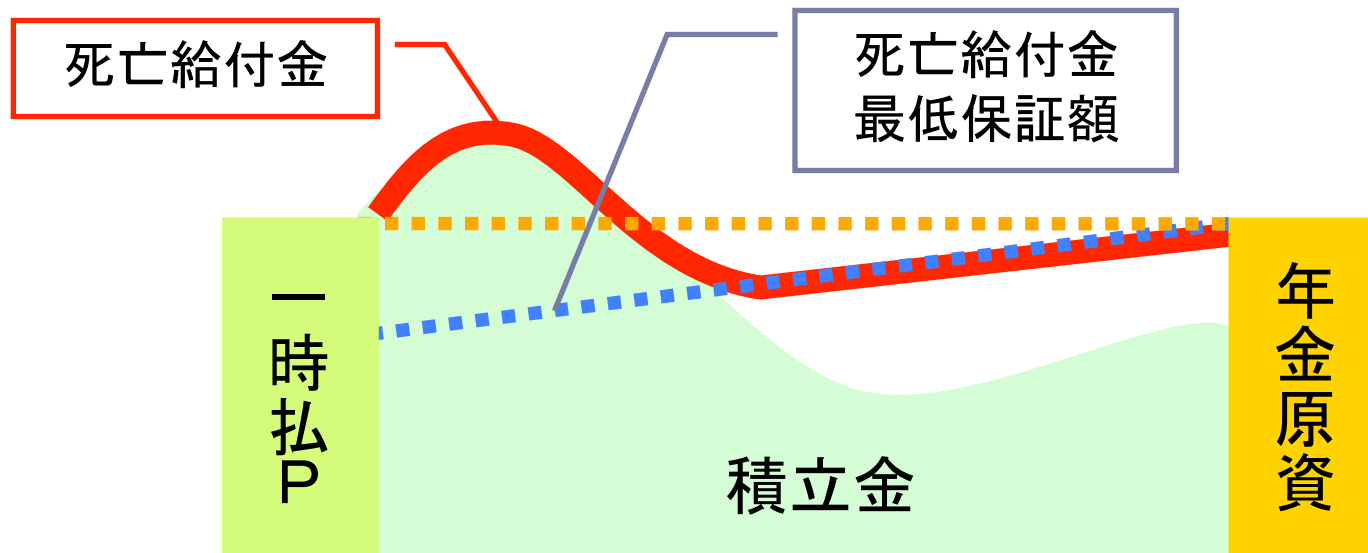
基本的なMGO①(最低死亡保証:GMDB)

- 最も基本的なMGO:最低死亡給付保証(GMDB)
- 死亡時に一時払保険料相当額を最低保証



基本的なMGO②(最低生存保証:GMLB)

- 代表的なGMLB(最低生存保証)は、一時払保険料相当額の年金原資保証(GMAB)
- GMDB+GMABが近年は基本型



エキゾチックなMGOの例(ラチェット型)

- MGOの行使価格が過去の原資産 X_t の最大値をモニターしながら $K \times i$ 単位(K は保証基準額)でラチェットアップ
- このときのMGOの行使時点 T でのペイオフは以下の式
 - $[X]$: X を超えない最大の整数
 - X_t : 原資産価格 ($0 \leq t \leq T$)
 - K : 最低保証基準額
 - i : ラチェットアップ割合の単位

$$\max \left\{ \left\{ K + \left[\frac{\max(X_t, t \leq T) - X_0}{i \times X_0} \right] \times i \times K \right\} - X_T, 0 \right\}$$

VAの典型的リスク構造①(Positive Feedback)

- 実質的保険料(保険関係費用)は、特別勘定残高比例で一般勘定が日々徴収する金額不均等な継続払い構造
- 保険関係費用のうちMGOオプション料は、特別勘定の運用実績が悪化し、in-the-moneynessが高まるほどオプション料が減少するポジティブ・フィードバック(「弱り目に祟り目」)構造
 - ⇒利益の内部留保だけでリスクを吸収する保険の伝統的リスクマネジメントは機能しにくい
 - ⇒リスクの移転(ヘッジ・再保険)が不可欠
- 保険関係費用のうち予定事業費部分は、平準払い保険と類似の、新契約時販売手数料支出との期間ミスマッチ発生
 - ⇒特別勘定の運用実績悪化は事業費リスクにも波及

VAの典型的リスク構造②(ヘッジ困難性)

- MGOの原資産となる特別勘定資産は典型的には投信信託であり、以下のようなヘッジ困難性を容認
 - i. 旧商品では契約者が資産配分を自由にスイッチング可能なものも存在
 - ii. インデックス投信におけるトラッキングエラーの存在
 - iii. 市場でヘッジ不可能なアセットリスクの存在(例): 外国株式10%、国内株式15%、国内債券40%、新興国株式5%、新興国債券5%、外国不動産投信5%、外国債券(ヘッジ無)10%、外国債券(ヘッジ有)10%
- MGOの長期性・複雑性と保険リスク(死亡・解約)の関与等により金融市場における完全なヘッジは不可能

VAの典型的リスク構造③(一律料率)

- 最低保証料は、年齢・性別・保険期間によらず一律の簡易な料率構造、危険選択も職業告知のみで医的告知なし、が一般的
- ⇒ 伝統的商品とは異なる、死亡リスクに極めて寛容なスタンス(例えば60歳台と80歳台では死亡率に10倍近い開きもあるが..)
- ⇒ 契約者の年齢性別ポートフォリオが、保険関係費用算出時の想定値とかい離することも大きなリスクファクター

大数の法則とVA(GMDB)のあるべき姿

- 伝統的保険の死亡保障リスク(単位契約あたり)
死亡リスクrv : $X_i (i=1\dots n): i.i.d.(X) \dots$ (死亡1、生存0)
 $E[\sum X_i/n] = E[X]$, $V[\sum X_i/n] = V[X]/n$
→ n を大きくすると分散は0に収束(→大数の弱法則)
- 変額年金の最低死亡保証(GMDB)のリスク(同上)
死亡リスクrv : $X_i (i=1\dots n) \sim X (i.i.d.)$
市場リスクrv : $Y (Xとは独立) \dots$ (GMDBの本源価値)
 $E[Y\sum X_i/n] = E[X]E[Y]$,
 $V[Y\sum X_i/n] = E[Y^2]V[X]/n + (E[X])^2V[Y]$
→ n を大きくしても0に収束しない第二項が残るので・・・
 1. $E[X]$ を小さく(→死亡リスクにより慎重であるべき)
 2. $V[Y]$ を小さく(→市場リスクを抑制/ヘッジすべき)

VAの商品構造が歪んだ背景

- 投信との競合(⇒楽観的な金融市場環境のもとで投資信託の競合商品として登場し、当初は再保険会社が分散効果狙いで積極的に受再して市場を後押し)
- 会計や規制の経済価値との不一致
- 特に日本における、販売(銀行)と製造(生保)の分離と、販売側の顧客支配力の強さを背景とする歪んだ力関係
- 銀行が高齢者への販売に力点を置いたため、顧客適合性の観点から元本保証が強く求められたこと
- 格付けアナリストの楽観(⇒Moody'sはGMWB中心の米国よりも日本のVAの商品性はおとなしくリスクは小さいという見解を示したが、低金利下の元本保証は十分に挑戦的であったことが金融危機後に相次いだ日本での事業撤退で判明)



2. VAの規制モデリング




VAの規制とモデリング

- VAの最低保証(MGO)責任準備金規制のモデリングの考え方は市場リスクを取り込む点で伝統的商品と大きく異なり、また国内外でも大きく異なる
- 日本では外資系生保中心にVA市場が形成され外資系は本国への出再を行うところが多かったため、彼らの商品設計・プライシングは実質的に母国の規制の枠組みの影響を強く受けた
- 結果的に、異なる規制の枠組みが日本のVA市場では混在

VAのMGO評価の一般的枠組み

- 死亡率に係わる部分は伝統的な保険数理の決定論的モデルを踏襲(大数の法則が前提)
- MGOは、死亡・生存により決定論的に定まる複数の行使日を持つプット・オプションの集合として評価
- MGO・オプション評価のために原資産(特別勘定)価格変動に確率論的モデルを導入する必要があるが、超長期であるため株式等のFatTailの再現性が論点
- 責任準備金規制主導でMGO評価のモデリングの議論が展開



内外の規制における二つのアプローチ

■ CTE (Tail-VaR) アプローチ (北米)

- i. ファット・テイル型モデルがベース (P測度) → カリブレーション基準
- ii. 価値 (責任準備金) もリスク (要求資本) もCTEで評価し信頼区間で使い分け (モデル・パラメータは固定。カナダ要求資本: CTE (95)、カナダ責任準備金CTE (60~80)、米国要求資本CTE (90))
- iii. 価値 (責任準備金) もリスク (要求資本) もヘッジによる減殺可

■ リスク調整済み期待値 (RAE) アプローチ (日本)

- i. BS型のモデルセットアップ (Q測度的なもの)
- ii. 価値 (責任準備金) はリスク中立的評価、リスク (要求資本) はモデル・パラメータ変動による価値の変動で評価 (規制上は固定値)
- iii. リスク (要求資本) のみヘッジによる減殺可

CTEアプローチ


- CTEは条件付きテイル期待値あるいはテイルVaRともよばれる(1期間の)分位リスク尺度で、通常はシミュレーション法によって計測される
- CTEは、VaRの潜在的弱点(分散効果の把握)を解消する代表的なコヒーレントリスク尺度のひとつ

$$\text{VaR}(\alpha) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(x) \geq 1 - \alpha\}$$

$$\text{CTE}(\alpha) = E[X \mid \text{VaR}(\alpha) \leq X]$$

CTEの計算方式(カナダ型と米国型)

- カナダ型;シナリオ(k)に対応する各年度(t)の税引き後損益 $S(k, t)$ の累計現在価値
 $P(k) = \sum S(k, t) \cdot \exp\{-rt\}$ の分布のCTE
- 米国型;シナリオ(k)に対応する各年度(t)の税引き後法定サープラス $S(k, t)$ の現在価値の最低値 $M(k) = \text{MIN}\{ S(k, t) \cdot \exp\{-rt\} \mid t=1 \cdots n\}$ の分布のCTE



CTEアプローチによるリスク測定の限界

- CTEアプローチは、責任準備金評価から、責任準備金を上回る要求資本（ソルベンシーマージン）評価までを、同じモデルで信頼水準の使い分けによって計測
- この枠組みでは、デルタ・ガンマ（原資産価格変化リスク）は捕捉できるが、ベガ（ボラティリティー変化リスク）やロー（金利変化リスク）といったモデルパラメータリスクを捕捉する余地がない

北米規制のファット・テイル型モデル

- カナダ ; RSLN2 (2局面転換対数正規)

$$\ln S_t/S_{t-1} \sim \begin{matrix} N(\mu_1, \sigma_1^2) \\ p_{1,2} \downarrow \uparrow p_{2,1} \\ N(\mu_2, \sigma_2^2) \end{matrix}$$

局面1または2にいる確率 π_1, π_2 は,

$$\pi_1 = p_{2,1} / (p_{1,2} + p_{2,1}), \pi_2 = p_{1,2} / (p_{1,2} + p_{2,1})$$

- 米国 ; SLV (Stochastic Log Volatility)

$$\ln(S_{t+1}/S_t) = (\mu(t)/12) + (\sigma(t)/\sqrt{12}) \times sZ_t$$

$$\mu(t) = A + B \cdot \sigma(t) + C \cdot \sigma^2(t)$$

$$\sigma(t) = \exp[v(t)]$$

- 上記のモデルに基づくカリブレーション基準を設定

株価収益率モデルのカリブレーション・ポイント (カナダ) / RSLN2

累積期間	2. 5%ile	5%ile	10%ile
1年	0. 76	0. 82	0. 90
5年	0. 75	0. 85	1. 05
10年	0. 85	1. 05	1. 35

株価収益率モデルのカリブレーション・ポイント (米国RBC) / SVLN(1955.12~2003.12)

累積期間	1年	5年	10年	20年
2.5%ile	0.78	0.72	0.79	—
5.0%ile	0.84	0.81	0.94	1.51
10.0%ile	0.90	0.94	1.16	2.10
90.0%ile	1.28	2.17	3.63	9.02
95.0%ile	1.35	2.45	4.36	11.7
97.5%ile	1.42	2.72	5.12	—

リスク調整済み期待値アプローチ (RAE)

■ RAEの特徴

- i. 「リスク調整」を施した期待値で評価
- ii. 全てのシナリオパスを用いる

■ RAEの論点

- i. インプライド・ボラティリティー曲面等の必要な市場パラメータの入手が一般の保険会社にとっては困難
- ii. 非完備市場になるためリスク中立期待値であっても理論的には唯一には定まらない
- iii. リスク調整度合いのカリブレーションが困難 (リスク中立より重い軽いぐらいは判定できるが)

RAEにおけるリスク調整の例

リスク調整とは (Wang 変換の例)

観測された原資産収益率 x が $LN(\mu, \sigma)$ に従うとき

$$\begin{aligned} F(X) = \Phi\left(\frac{\log X - \mu}{\sigma}\right) &\rightarrow F^W(X) = \Phi\left(\Phi^{-1}\left(\Phi\left(\frac{\log X - \mu}{\sigma}\right)\right) - \lambda\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\log X - \mu - \lambda\sigma}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

$$LN(\mu, \sigma) \rightarrow LN(\mu + \lambda\sigma, \sigma)$$

分布の期待値 μ が $\mu + \lambda\sigma$ に変換されるようなリスク調整を意味する

RAE(日本の標準的方式)の考え方

- 責任準備金は「期待給付現価－期待収入現価」で算出
- リスク調整は原資産期待収益率(μ) \Rightarrow (r)標準利率(現行1.5%)
- 契約の残存は決定論的な保険数理モデルを利用
- 期待給付現価は総費用率(ε)相当の配当のある株式オプションのputと同様の構成
- 簡単のため解約率は想定しない(特に動的解約率を織り込む場合は解析式は得にくい)

標準的方式 (RAE)

- プレーンなGMDB+GMABの例
- 記号: 最低保証額: X 、総費用率: ε のうちMGOコスト部分: ε_1
- 期待収入現価

$$\sum_{t=0}^{m-1} \frac{d_{x+t}}{l_x} E(\bar{a}_{t+1/2}) + \frac{l_{x+m}}{l_x} E(\bar{a}_m)$$

ただし、

$$E(\bar{a}_T) = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon + r - \mu} S_0 \left\{ -e^{-(\varepsilon+r-\mu)T} \right\}$$

- 期待給付現価

死亡保証 $\sum_{t=0}^{m-1} \frac{d_{x+t}}{l_x} \cdot A_{t+1/2}$ 満期保証 $\frac{l_{x+m}}{l_x} \cdot A_m$

ただし、

$$A_T = e^{-rT} \cdot \left\{ X \cdot N(-d_2) - S_0 \cdot e^{(\mu-\varepsilon)T} \cdot N(-d_1) \right\}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (\mu - \varepsilon + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln(S_0 / X) + (\mu - \varepsilon - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

日本の責任準備金規制の負債評価

- RAEでは本来的に幅広いパラメータリスクの把握が可能だが、日本の責任準備金規制では基礎率を販売時点の標準基礎率にロックインするため、捕捉可能リスクは原資産価格変化(デルタ・ガンマ)のみ(⇒責任準備金は経済価値ではないことに注意)
- 標準的方式
 - i. リスク調整済み期待値アプローチ(μ を標準利率(1.5%)に調整したもの。割引率も同じ)を採用
 - ii. ボラティリティーは、株18.4%、円債3.5%、外株18.1%、外債12.1%
 - iii. 解析解(もしくは近似式)で「給付現価－収入現価」期待値を表現
- 代替的方式
 - i. リスク中立型のモンテカルロ法や北米型の手法も視野
 - ii. 期待収益率・ボラティリティーを違えた場合は、標準的方式の値と上下10%以上乖離しないこと



VAの解約モデリング

- 以下のような観測事実の反映が必要
- VA販売チャネル(銀行)での適合性選別によりVA契約者の金融知識・経験は一般の保険よりも高い
- MGOではオプション価値そのものの評価は困難でも元本保証水準と特別勘定残高の比較によりITM/OTM判定は契約者にも容易
- 新契約費回収のため契約後数年間の解約控除があるため、控除期間中の解約が抑制され、控除期間明けに解約率が増加する傾向



VAの解約モデルの基本的構造

- VAの解約モデルでは、①解約控除期間の反映、②生存保証型商品でのITM／OTMの反映が必要(⇒動的解約モデル)
- 契約者自身のMGO評価は困難であるため構造型モデルはほとんど使われず、誘導型モデルが中心
- 実績データの不足により解約モデルの信頼性は低いためプライシングやリザービングに用いる場合にはリスク調整(保守性確保)が必要になる
- しかしながら、ヘッジを行う場合にはヘッジエラー回避のため保守性よりもリアリティーが求められ、プライシング用とは別のモデルが必要になることがある



VA解約率モデルの規制上の要件例

- (例1) 日本の標準Vで解約率を用いる場合の規制上の要件
 - i. ITM解約率 < OTM解約率
 - ii. 解約控除期間内解約率 < 解約控除期間後解約率
 - iii. ITM解約率の保守性
 - iv. 実績との比較による検証
- (例2) カナダ OSFI の MCCSR ガイドライン (2001. 12)
 - i. 原則的に年8% (一律)
 - ii. 米国 GMDB 型の商品は年10% (一律)
 - iii. GMSB では15%以上インザマネーで解約率100%



規制モデリングの限界

- 北米型CTEアプローチは典型的なP測度手法で、オプションの市場価格あるいは市場整合的パラメータ(つまりヘッジコスト)とかい離した
- 日本型RAEアプローチ(標準的手法)は本来市場整合的手法ではあったが、標準責任準備金としてパラメータ(金利、ボラ)が単純化され固定されたため市場整合的なパラメータとはかい離した
- しばしば(確率論的な)責任準備金規制モデルと経済価値モデルの混同が問題を引き起こした
- VAのモデリングに関する内外の議論の混乱はリスク尺度に関する基本的な認識の未熟さに起因
- 上記の理論的な整理を踏まえた上でプライシングやリスク管理に関する基本的な検討を行う必要



3. リスク尺度の再検証

経済価値とリスク尺度

- 経済価値評価ではCF特性により手法を使い分け
 - i. ヘッジ可能なら市場価格
 - ii. ヘッジ不能ならBE(最良推定) + RM(リスクマージン)
- RMの有力候補は資本コスト法と分位点法
 - i. 欧州(SST, Solvency II)では資本コスト法を採用:
RM=資本コスト $\cdot \sum$ 必要資本 $_t \cdot DF_t$
 - ii. 北米ではクオンタイル(分位点)法を指向:
RM=必要資本分布の分位点(VaR, CTE)

資本コスト法RM

- ソルベンシーⅡでは、「資本コスト率6%」と「保有負債の必要資本(SCR)のランオフまでの現在価値」の積でRMを算出: $RM = 6\% \cdot \sum SCR_t \cdot DF_t$ (⇒必要資本の借り賃)
- RMは必要資本SCRと資本コスト率の水準に大きく依存
- また、RM式中のSCRに含まれる解約リスクは、「経済価値(BE+RM)と約定の解約返戻金の差額が顕在化するリスク」であるため「循環参照」が発生(ソルベンシーⅡでは解約SCR評価用の経済価値はBEで代用)
- SCR(ソルベンシーⅡではCTE99%/VaR99.5%)の計算においては分位点法と論点を共有

リスク尺度の公理的アプローチ

- リスク尺度に期待される性質 (コヒーレントリスク尺度) ($\forall X, Y \in M$)
 - i. 平行移動 (定数) 不変性: $\rho(X+c) = c + \rho(X)$ (任意の実数 c)
 - ii. 正同次性: $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ (任意の正数 λ)
 - iii. 単調性: $X \leq Y$ a.e. ならば $\rho(X) \leq \rho(Y)$
 - iv. 劣加法性: $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

VaRの限界

- VaRは最もポピュラーだがリスク分散効果の根拠となる劣加法性がない

$$\text{VaR}(\alpha) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(x) \geq \alpha\}$$

$$\text{劣加法性} : \rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

- (例) : デフォルト確率が独立で共に0.3%の2銘柄の債券があり、期間1年信頼区間99.5%VaRで信用リスク評価
 - i. 単一銘柄に10億円投資 \Rightarrow 0 (デフォルト無)
 - ii. 二銘柄に5億円ずつ投資 \Rightarrow ▲5億円 (確率0.51%で一銘柄はデフォルト)

CTEのコヒーレント性

<命題>

■ $x(a) = \text{VaR}_a(X)$ とするとき、

$$\text{CTE}_a(X) = E[X \mid x(a) \leq X] = E[X 1_{\{x(a) \leq X\}}] / (1-a)$$

は劣加法性を持つ

CTEのコヒーレント性(2)

∴) $Z=X+Y$ とすると

$$(1-a)(CTE_a(Z)-CTE_a(X)-CTE_a(Y))$$

$$=E[Z \cdot 1_{\{z(a) \leq Z\}} - X \cdot 1_{\{x(a) \leq X\}} - Y \cdot 1_{\{y(a) \leq Y\}}]$$

$$=E[X(1_{\{z(a) \leq Z\}} - 1_{\{x(a) \leq X\}}) + Y(1_{\{z(a) \leq Z\}} - 1_{\{y(a) \leq Y\}})]$$

$$\leq x(a)E[1_{\{z(a) \leq Z\}} - 1_{\{x(a) \leq X\}}] + y(a)E[1_{\{z(a) \leq Z\}} - 1_{\{y(a) \leq Y\}}]$$

$$=x(a)((1-a)-(1-a)) + y(a)((1-a)-(1-a)) = 0$$

■ ここで $1_{\{z(a) \leq Z\}} - 1_{\{x(a) \leq X\}} \leq 0$ if $x(a) \leq x$

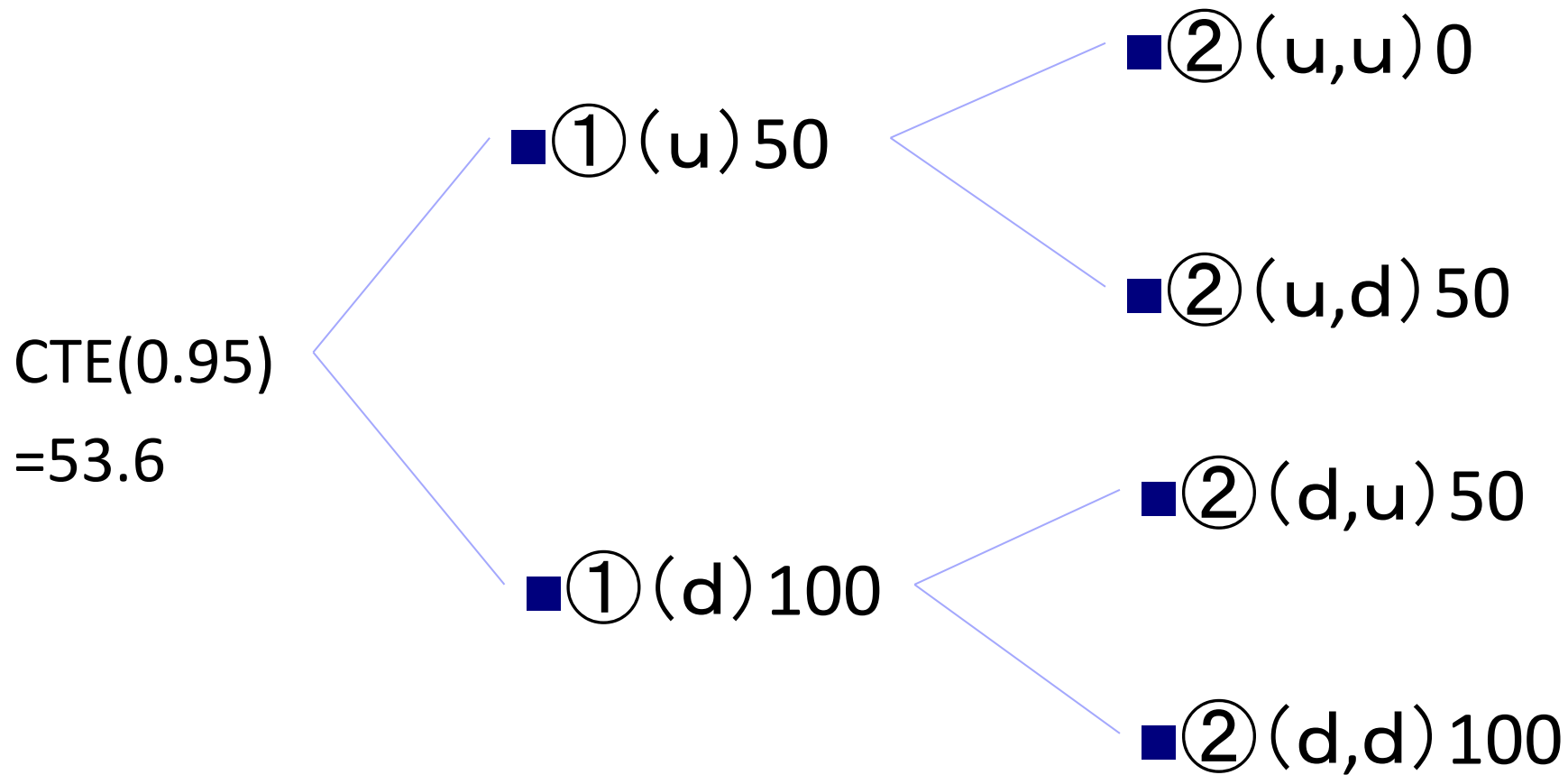
■ $1_{\{z(a) \leq Z\}} - 1_{\{x(a) \leq X\}} \geq 0$ if $x(a) > x$ に注意



多期間リスク尺度の必要性

- 保険では、毎年の責任準備金の積み立て原資不足によって保険期間満了前(VAではGMAB行使期日前)にデフォルトする場合がある
- このため責任準備金評価のリスク尺度は多期間でのリスク計測に馴染むものでなければならない
- しかし、VaRやCTEは本来的に一期間のリスク尺度であり、これを責任準備金のような多期間のリスク計測に適用することは想定されていない
- 2期間の単純なモデルで考えてみると・・・

< CTE95%の例 ($P_u=94\%$, $P_d=6\%$) >



CTEの多期間適用の問題点

- 時点0において、信頼区間95%でCTE評価した責任準備金(53.6)では、時点1において、6%の確率で▲46.4の積立不足が発生(⇒デフォルト)
- つまり、時点1でのデフォルト率は6%であり、信頼区間設定時の想定デフォルト率5%以下(∵CTE95% > VaR95%)が達成されていない!
- 上記の問題点を回避できる多期間リスク尺度はどのようなものか?

多期間リスク尺度の望ましい性質

- $T \in \mathbb{N}, t \in \{0, \dots, T\}, (\Omega, \mathcal{F}, P), \{\mathcal{F}_t\}_{t=0}^T, \mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$
- 写像 $\rho_t: L^\infty(\mathcal{F}_T) \rightarrow L^\infty(\mathcal{F}_t)$ が以下の3つの性質を満たすとき、Dynamic risk measure と呼ぶ (Chelidito & Kupper [2006])
 - i. Normalization: $\rho_t(0) = 0$
 - ii. Monotonicity: $X \leq Y$ ならば $\rho_t(X) \leq \rho_t(Y)$
 - iii. Transition Equivalence: $\rho_t(X+c) = \rho_t(X) + c$ for $\forall X \in L^\infty(\mathcal{F}_T), \forall c \in L^\infty(\mathcal{F}_t)$

“Time Consistency” 通時一貫性

- さらにDynamic risk measure(ρ_t) が以下の性質を持つとき、Time Consistent (通時一貫的) と呼ぶ;

for all $X, Y \in L^\infty$ and $T \geq t \geq 0$

$$\rho_{t+1}(X) \leq \rho_{t+1}(Y) \Rightarrow \rho_t(X) \leq \rho_t(Y) \quad *$$

“Dynamic Programming Principle”

- <命題> 多期間リスク尺度の通時一貫性は、以下の Dynamic Programming Principle (再帰性) と同等である

$$\rho_t(X) = \rho_t(\rho_{t+1}(X)) \quad \star$$

- この Dynamic Programming Principle (再帰性) 表現 は 具体的な通時一貫的リスク尺度の構成に示唆的

“Dynamic Programming Principle” (2)

< ∴ >

- 通時一貫性 (*) \Rightarrow 再帰性 (★)

Transition Equivalenceより $\rho_{t+1}(\rho_{t+1}(X)) = \rho_{t+1}(X)$

上式と通時一貫性 * より

$$\rho_t(\rho_{t+1}(X)) = \rho_t(X)$$

- 再帰性 ★ \Rightarrow 通時一貫性 *

$\rho_{t+1}(X) \leq \rho_{t+1}(Y)$ ならば、Monotonicityにより

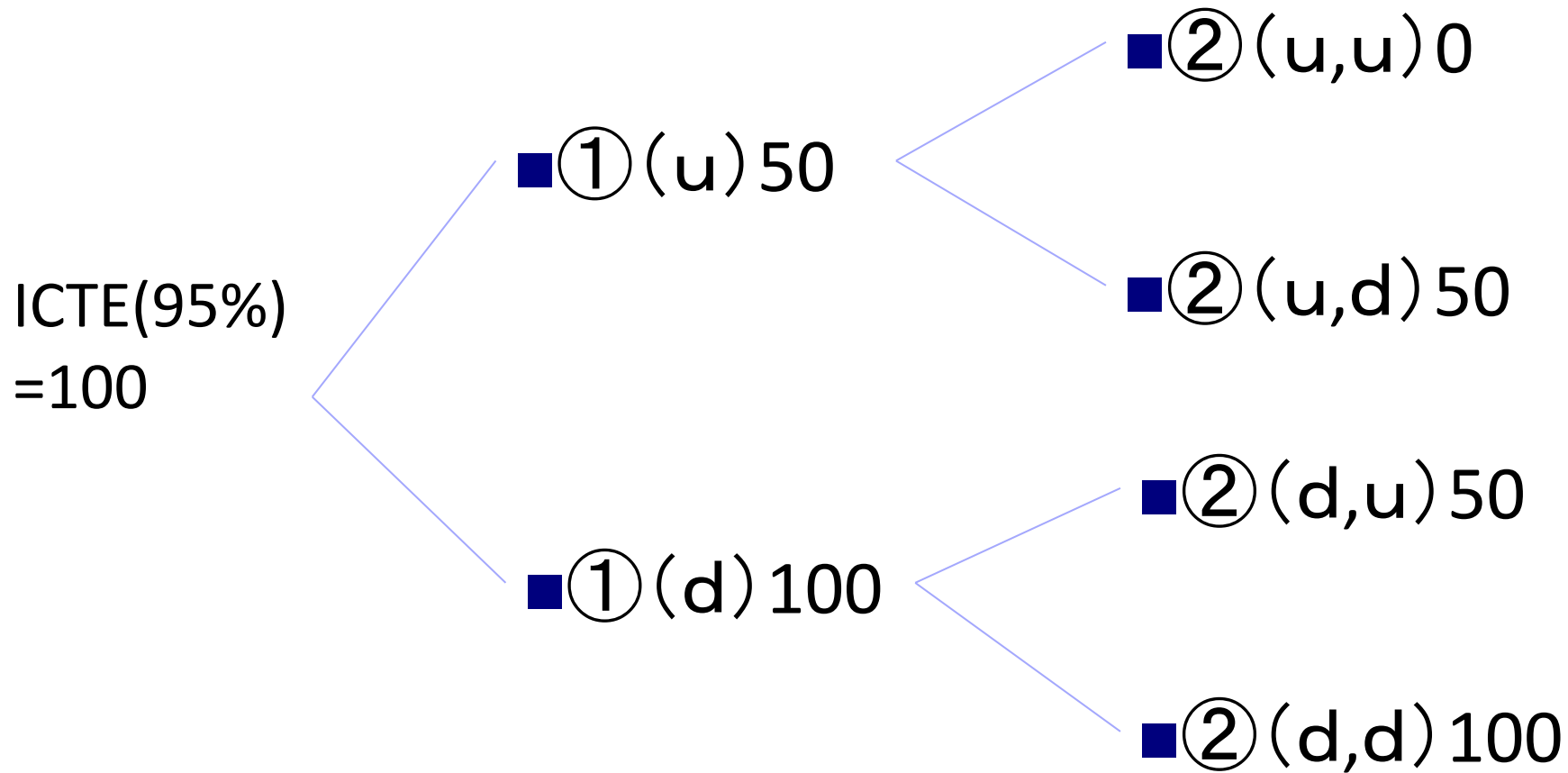
$$\rho_t(\rho_{t+1}(X)) \leq \rho_t(\rho_{t+1}(Y))$$

再帰性 ★ により、 $\rho_t(X) \leq \rho_t(Y)$

CTEの改良; ICTE (H&W[2004])

- Hardy&Wirchが、CTEの多期間への自然な拡張として ICTE (Iterated CTE) を提案
- $(\Omega, \mathcal{F}, P), \{\mathcal{F}_k\}_{k=0}^n, \mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}, J_n; \mathcal{F}_n$ -可測
- 損失分布を表す J_n から $J_{n-t} = \text{CTE}[J_{n-t+1} | \mathcal{F}_{n-t}]$ ($1 \leq t \leq n$) をバックワードに順次計算していくと J_0 が ICTE

< ICTE95%の例 >





ICTEの問題点

- バックワードの計算が必要なICTEは一般的なモンテカルロ法では扱えず、計算負荷が大きいため実装上の困難は極めて大きい(実装例は未報告)
- また、観測期間内のタイムステップ数に依存してICTEは増加する性質をもつ(⇒モニタリング頻度を上げるとリスクは増加するということ?)

ICTEからRAEへ

- 対数正規過程ではICTEは解析的に表現可能(以下は1年後のCFをタイムステップNで評価する場合)

$$\text{ICTE}(N, \alpha) = \exp\{\mu + \sigma^2/2\} \left(\frac{1 - \Phi(\Phi^{-1}(\alpha) - \sigma/\sqrt{N})}{1 - \alpha} \right)^N$$

- $\text{ICTE}(N, \alpha)$ は、タイムステップ数Nに応じて増加する性質を持ち $N \rightarrow \infty$ で発散
- 発散回避策1: 確率過程の性質に合わせてタイムステップのスケールリングを調整(多期間リスク尺度といえるか? モデルに依存しすぎ?)
- 発散回避策2: 信頼水準 $\alpha(N)$ を適切なスピードで0に収束させる \Rightarrow ICTEはRAE(リスク調整期待値)に収斂

$$\exp\{-z_{\alpha(N)}^2/2\} \sigma / (\Phi(-z_{\alpha(N)}) \sqrt{2\pi}) \sim 1/\sqrt{N}$$

$$\text{where } \alpha(N) = \Phi(z_{\alpha(N)})$$

リスク尺度の現実をふまえて

- RAE法はリスク中立以外のリスク調整の意味づけが難しいが、市場整合的なリスク中立との比較可能性がポイント
- 資本コスト法／クオンタイル法は、信頼水準による意味づけが明瞭だが、①信頼水準と市場整合性の結び付けの難しさ、②特に保険で重要となる多期間適用時の通時一貫性の破れに懸念がある

⇒リスク尺度の不完全性を認識して、限界を認識したうえでリスク管理を行っていくことが必要（特に最適化はモデルリスクが濃縮されるので要注意）

⇒たとえば異なるタイプのリスク尺度を複眼的に併用することも一つの方法



VA市場の変化

- リーマンショック前後で、VAを提供する保険者の顔ぶれやリスク管理の考え方が変化し、VAの商品構造も大きく変化
- 今日ではMGOのリスク管理の困難さの緩和のために、MGOの原資産となる投資信託自体に安全装置もたせたダイナミック運用が中心
 - i. ポートフォリオ・インシュアランス型：フロアとの差額（クッション）に比例したリスク資産配分
 - ii. （実現）ボラティリティー・コントロール型：実現ボラティリティーが一定水準になるようリスク資産配分