

生命保険概論1

生命保険を支える理論

～生保ALMの基礎1

OLIS-プルデンシャル・ジブラルタ生命保険寄附講座

June 3, 2010

森本 祐司

ymorimoto@capitas.jp

前回の復習

- ALMの目的とは？
 - 現状の資産・負債の把握(価値の把握)
 - その価値がどのように変動するか(リスクの把握)
 - 把握をしてどうする？

- 価値の把握の第一歩:金利
 - 将来キャッシュフローが確定している場合の換算手段
 - 割引金利(スポットレート)の導出
 - 金利が変動した場合の価値変動の特性(デュレーション)

前回の課題回答1

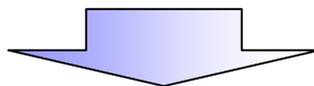
- 利付債の価格から割引金利を導出

期間	クーポン	価格		割引金利
1	0.20%	100.1		0.0999%
2	0.30%	100.1		0.2500%
3	0.50%	100		0.5015%
4	0.60%	99.6		0.7050%
5	0.80%	99.6		0.8885%
6	1.00%	99.7		1.0629%
7	1.00%	98.7		1.2087%
8	1.40%	100.7		1.3302%
9	1.20%	98.2		1.4374%
10	1.60%	100.9		1.5369%

前回の課題回答2

- キャッシュフローの出入りがある場合

	債券A	債券B	債券C	債券D	金利	DF
1	103	2	4	-25	3.0000%	0.9709
2		102	4	-25	3.1001%	0.9408
3			104	100	3.2251%	0.9092
PV	100.00	97.90	102.20	43.13		



デュレーション計算
エクセルシート2へ

今回のテーマ

- 市場金利を生命保険数理に導入するとどうなるか
- どのような「特性」をもつことになるのか
- そのような「負債」を持っている場合、どのような資産を持つべきか

生保数理の基本的な考え方

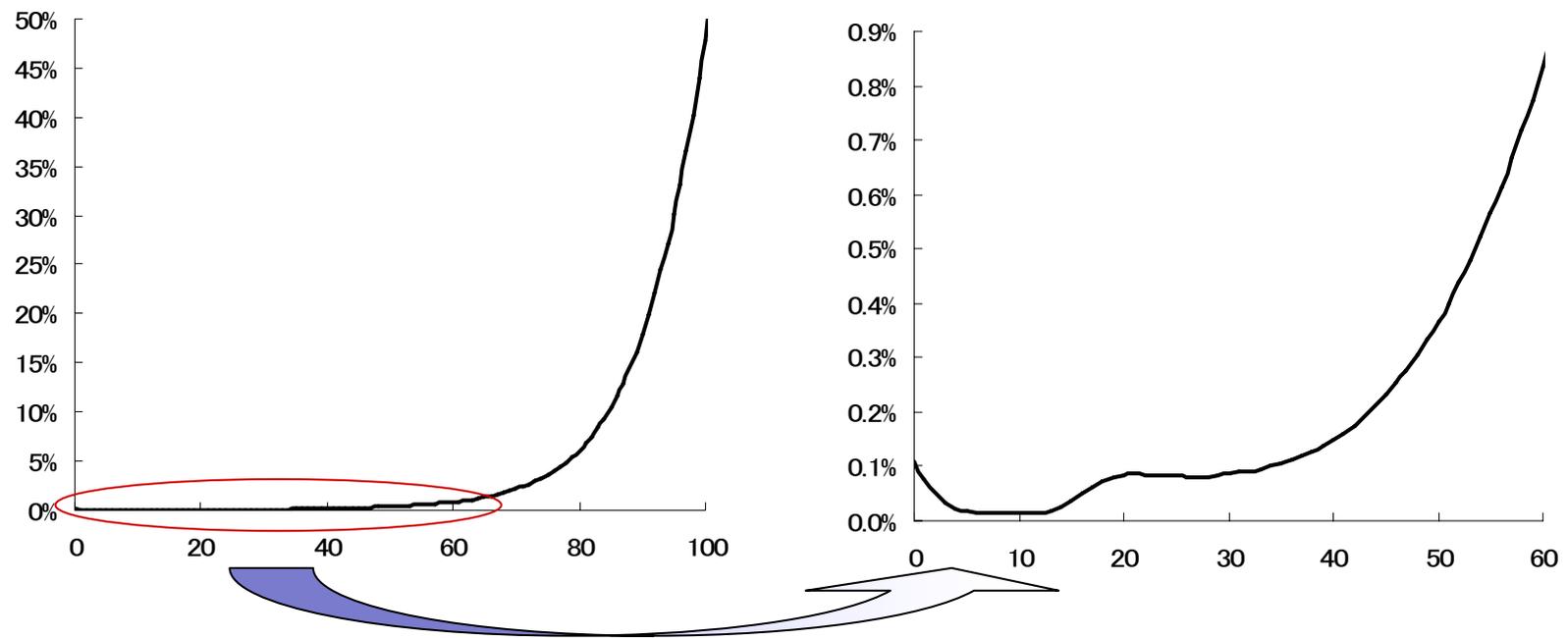
- 将来期待キャッシュフローの現在価値を求める
- 現在価値に割引くための金利は一定(=予定利率)
 - 契約時点で決められた予定利率は、契約締結後も変わることはない
- 死亡率も確定的に与えられている
- 重要な原理1:収支相等の原則
- 重要な原理2:大数の法則
- 重要な計算
 - 保険料の算出
 - 責任準備金の算出

生保数理の基本的考え方(続き)

- 将来キャッシュフローの現在価値が等しくなるように設定する
= 収支相等の法則
- 将来キャッシュフローの現在価値を計算するための三要素
= 計算の基礎 (Actuarial Assumption)
 - 予定死亡率
 - 予定利率
 - 予定事業費率
- そのうち予定死亡率・予定利率だけを考慮して算出した保険料 = 純保険料
- それに予定事業費率も加味したもの = 営業保険料
- 当面、純保険料のみを取り扱う(保険料といえば純保険料のこと)

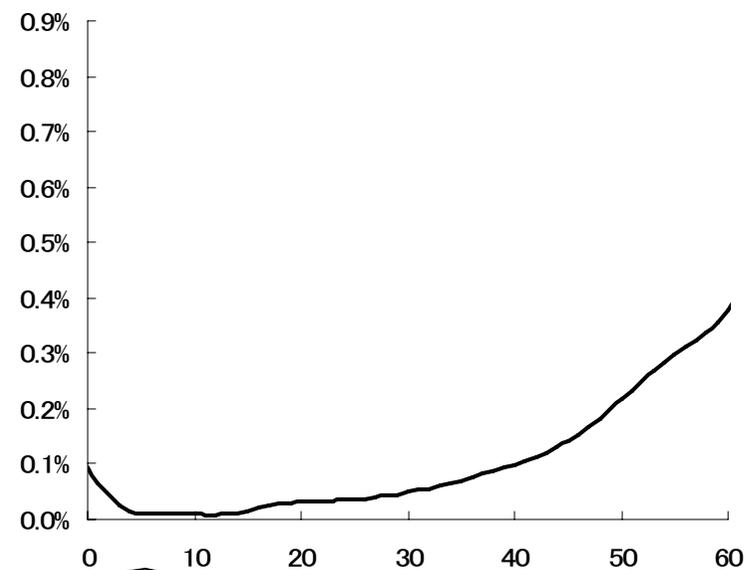
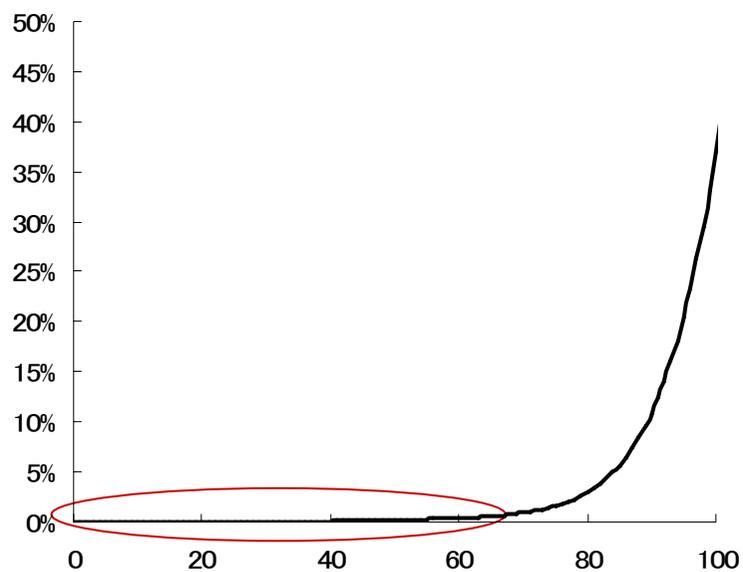
予定死亡率(男性)

- 予定死亡率は「生命表」という形で与えられている
- 例えば、生命保険会社が死亡保険用に用いている生命表(生保標準生命表2007(死亡保険用))による予定死亡率は次の通り(男性用)



予定死亡率(女性)

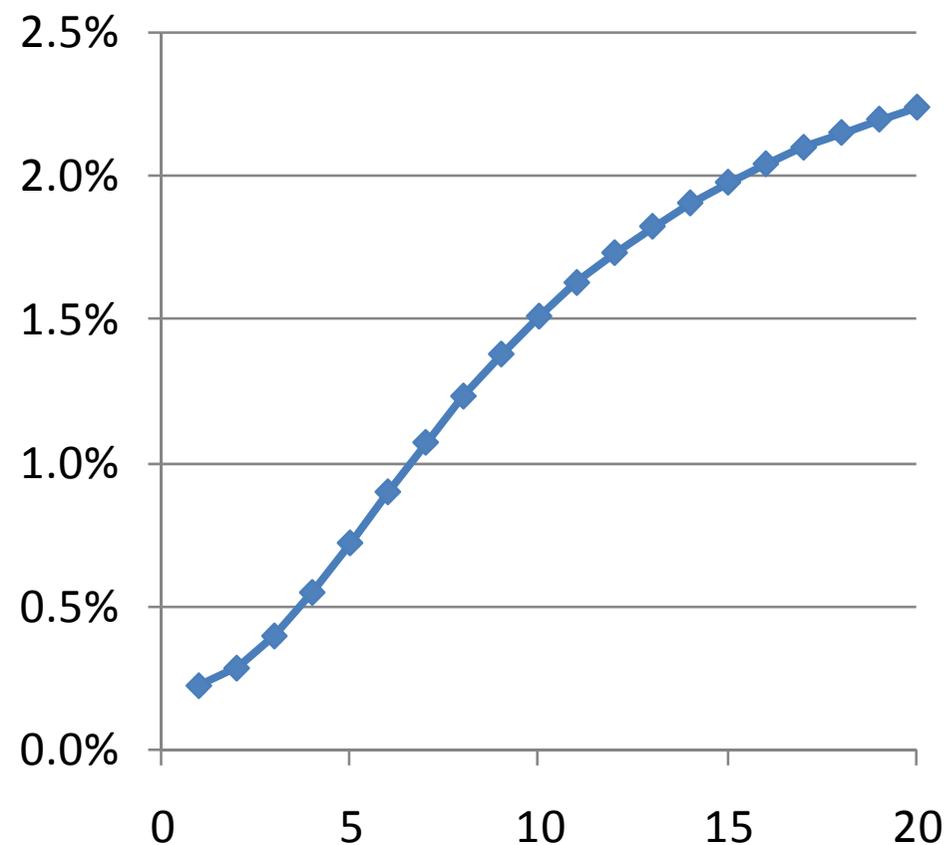
- 女性用は下記の通り
 - 男性よりも長生き



市場金利の導入

- たとえばこのような割引金利があったとする
 - 一年複利ベースとする

	金利		金利
1	0.2219%	11	1.6241%
2	0.2831%	12	1.7279%
3	0.3949%	13	1.8197%
4	0.5462%	14	1.9010%
5	0.7186%	15	1.9731%
6	0.8962%	16	2.0372%
7	1.0683%	17	2.0945%
8	1.2291%	18	2.1459%
9	1.3755%	19	2.1922%
10	1.5071%	20	2.2340%



エクセルを用いれば

- エクセルを使えば簡単に計算が出来る
 - 保険金額を1000万円とする

 - 次のような保険の保険料を計算してみよう
 - 予定利率が1.5%の場合
 - 今回与えられた市場金利を用いた場合
-
- ① 30歳男性、期間10年、定期保険、一時払保険料
 - ② 30歳男性、期間10年、養老保険、一時払保険料
 - ③ 30歳男性、期間10年、定期保険、年払保険料(払込期間10年)
 - ④ 30歳男性、期間10年、養老保険、年払保険料(払込期間10年)

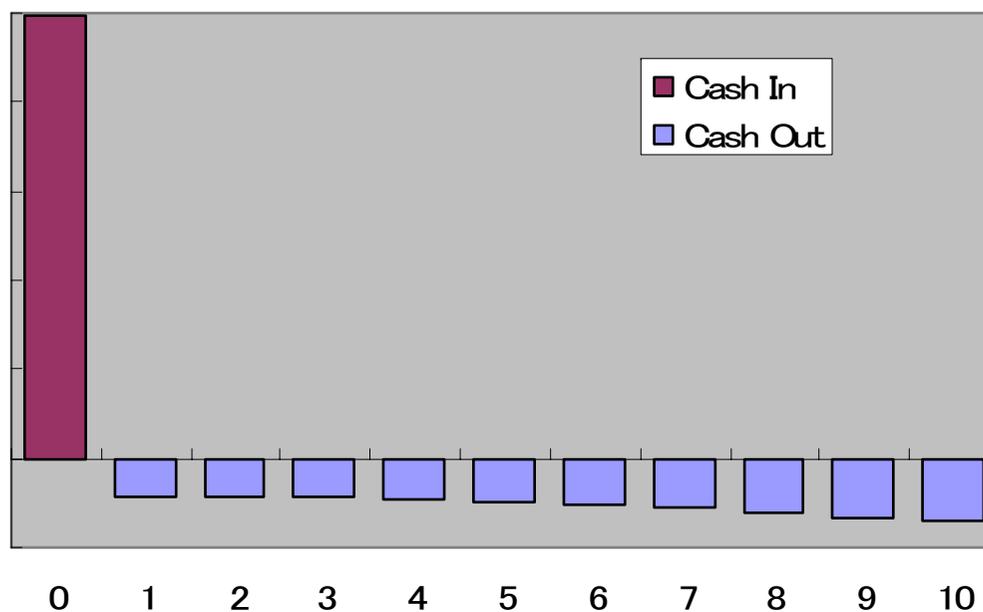
計算結果を予想してみよう

- ①～④について、1.5%の予定利率の時の保険料と比べて保険料は大きくなるか、それとも小さくなるか？
 - いきなり言われてもピンとこない？
 - 予定利率1.5%で保険料を計算すると下のとおり
 - ヒント：予定利率が高い方が保険料は安くなる（債券と一緒に）
 - それぞれ、どのような「期待」キャッシュフローとなるかをみてみよう

	予定利率1.5%での保険料
①	97,043
②	8,622,471
③	10,411
④	925,031

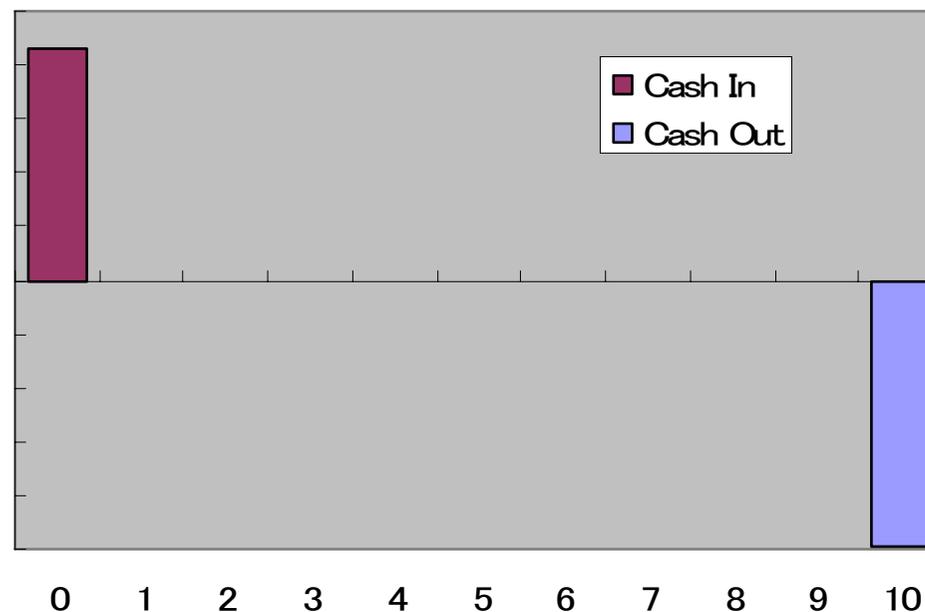
ヒント①: 定期保険一時払の期待キャッシュフロー

- 死亡率どおりに死亡が発生し、保険金が支払われると仮定(大数の法則)
 - 単純化のため、死亡保険金は各年度末に支払われると仮定する
- 一時払いの保険料は、将来支払う保険金の現在価値と等しくなるように設定(収支相等の法則)



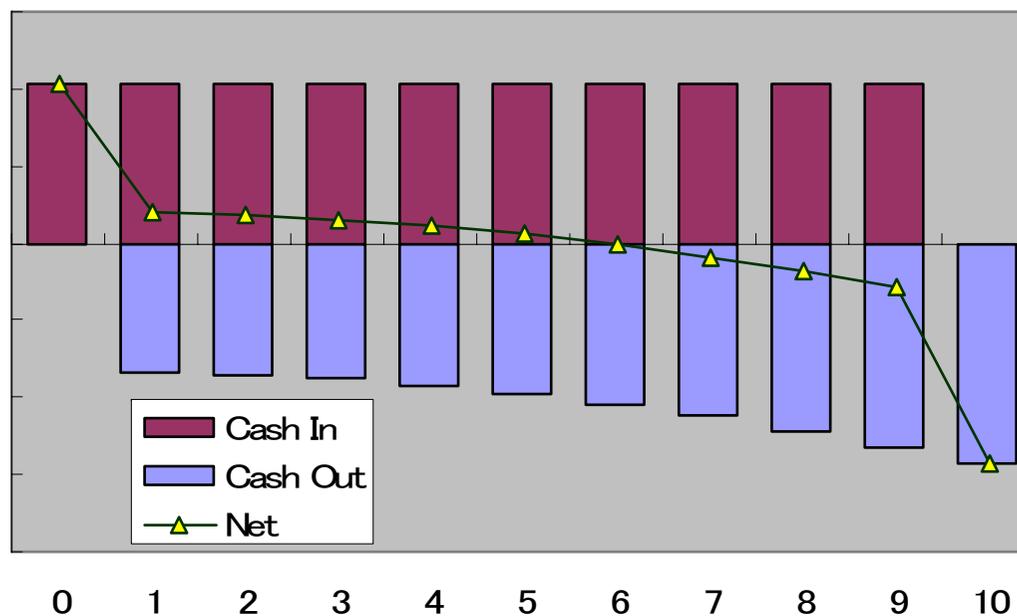
ヒント②: 養老保険一時払のキャッシュフロー

- 養老保険の場合、死亡した場合には保険金が、満期まで生存していた場合には満期保険金が支払われる
- 30歳加入10年養老の場合、かなりの確率で10年間生存しているため、グラフにすると死亡保険金はほとんど見えない



ヒント③: 定期保険年払のキャッシュフロー

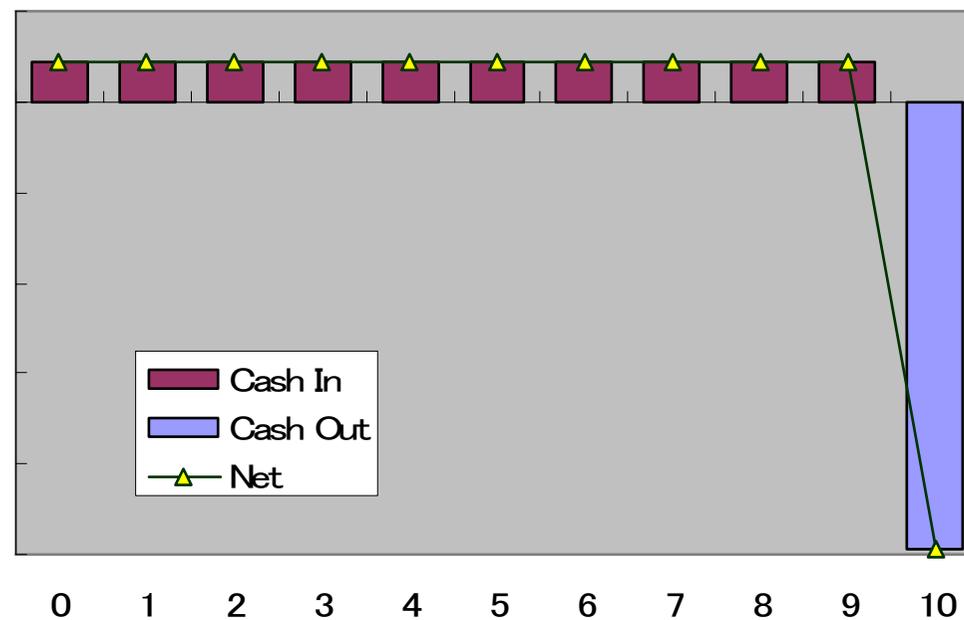
- 保険料が年払の場合、各保険料は期初に支払われる
 - その時にその保険が成立、つまり被保険者が生きていることが条件
- 保険料の現在価値と保険金の現在価値が等しくなるように保険料を設定



ヒント④: 養老保険年払のキャッシュフロー

- 養老保険でも同様の計算
- 具体的な計算方法は→

エクセルシート3へ



逆に予定利率を計算してみる

- 計算結果をどう考える？
 - ①などは順当
 - ②も分かる(ほぼ10年だけのキャッシュフローで、割引金利が約1.5%)
 - 逆に④は何故保険料が安くなったのか？
- 逆に、市場金利で計算した保険料から、予定利率を逆算してみる
 - IRRというエクセルの関数が見える

	予定利率1.5%での保険料	市場金利で計算した保険料
①	97,043	99,361
②	8,622,471	8,618,827
③	10,411	10,403
④	925,031	902,422

この結果をどう考えるか？

- 定期保険一時払 \doteq 1～10年の割引債の束
 - 予定利率 \doteq 1～10年の割引金利の平均値
- 養老保険一時払 \doteq 10年割引債
 - 予定利率 \doteq 10年割引金利
- 定期保険年払 \doteq ほぼ10年割引債？
- では養老保険の年払は？
 - なぜ期間10年なのに予定利率が10年金利よりも高いのか？
- この問題を考えるためのヒント：フォワードレート

フォワード取引とは

- フォワード取引(先渡取引)とは
 - 将来のある時点で予め定めた価格である商品を買入することを約定する取引
 - 現時点では約定だけなのでキャッシュのやりとりはない
 - 買入は必ず行う必要がある

- 先物取引とはいくつかの点で異なる(調べてみよう)

- 例えば、2年後に3年割引債を買入するフォワード取引の場合
 - 割引債の額面(満期時に得られる額)を100円とする
 - いくらで買入することを約定すればよいか
 - 計算時の基本:一物一価の法則
 - 今日配布した金利をベースとして計算してみる

フォワードレート(金利)とは

- フォワードレートとは

- フォワード取引によって約定された債券の金利
- 割引債であれば割引金利となる

- 将来時点 m 年後の n 年割引債フォワード金利 $f(m,n)$ は

- 現時点で期間 t 年の割引金利を $r(t)$ と記す
- 割引金利が1年複利である場合

$$(1+r(m))^m(1+f(m,n))^n = (1+r(m+n))^{m+n} \Rightarrow f(m,n) = \left\{ \frac{(1+r(m+n))^{m+n}}{(1+r(m))^m} \right\}^{1/n} - 1$$

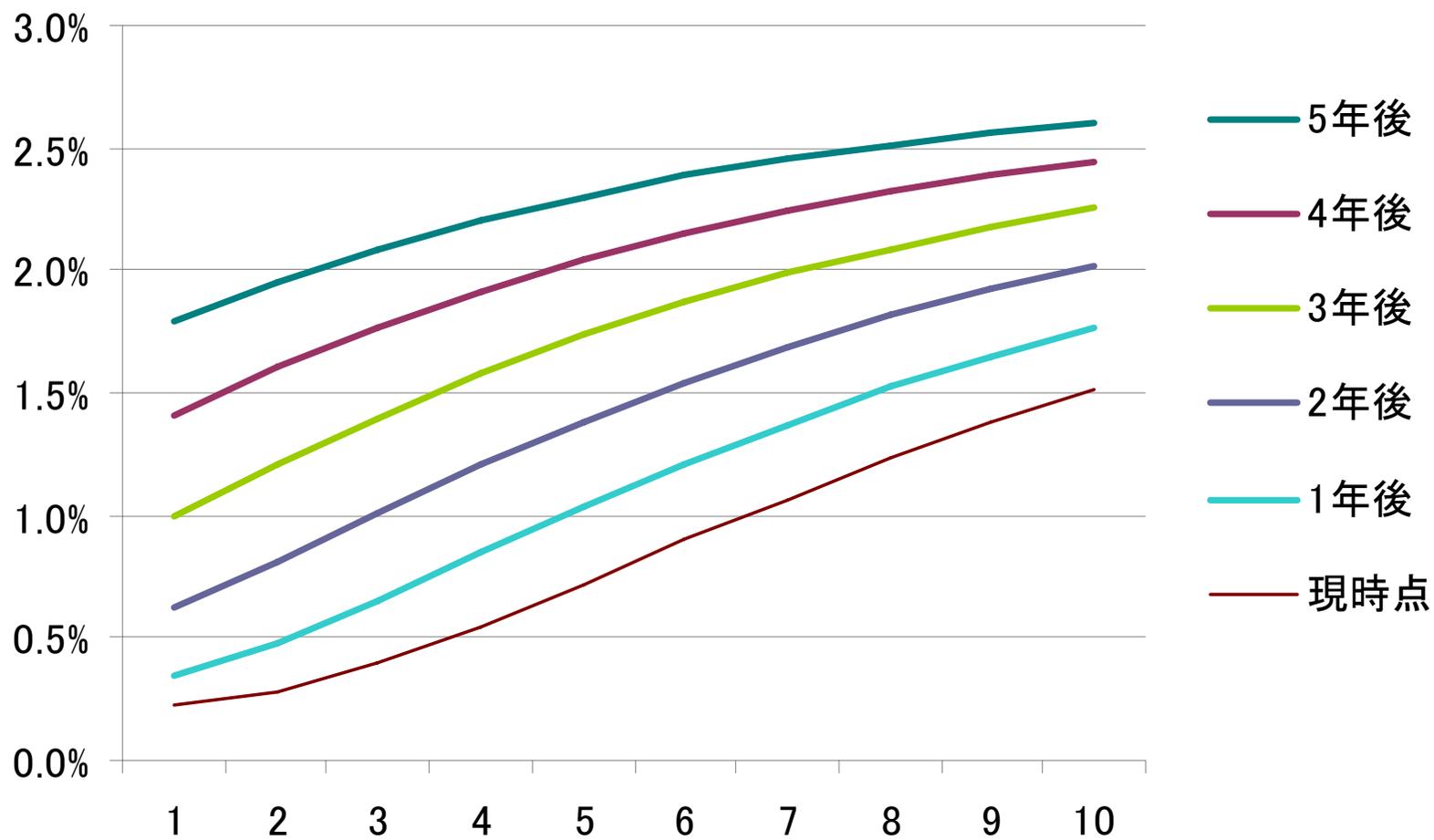
- 割引金利が連続複利である場合

$$\exp(m * r(m)) \exp(n * f(m,n)) = \exp((m+n) * r(m+n))$$

$$m * r(m) + n * f(m,n) = (m+n) * r(m+n)$$

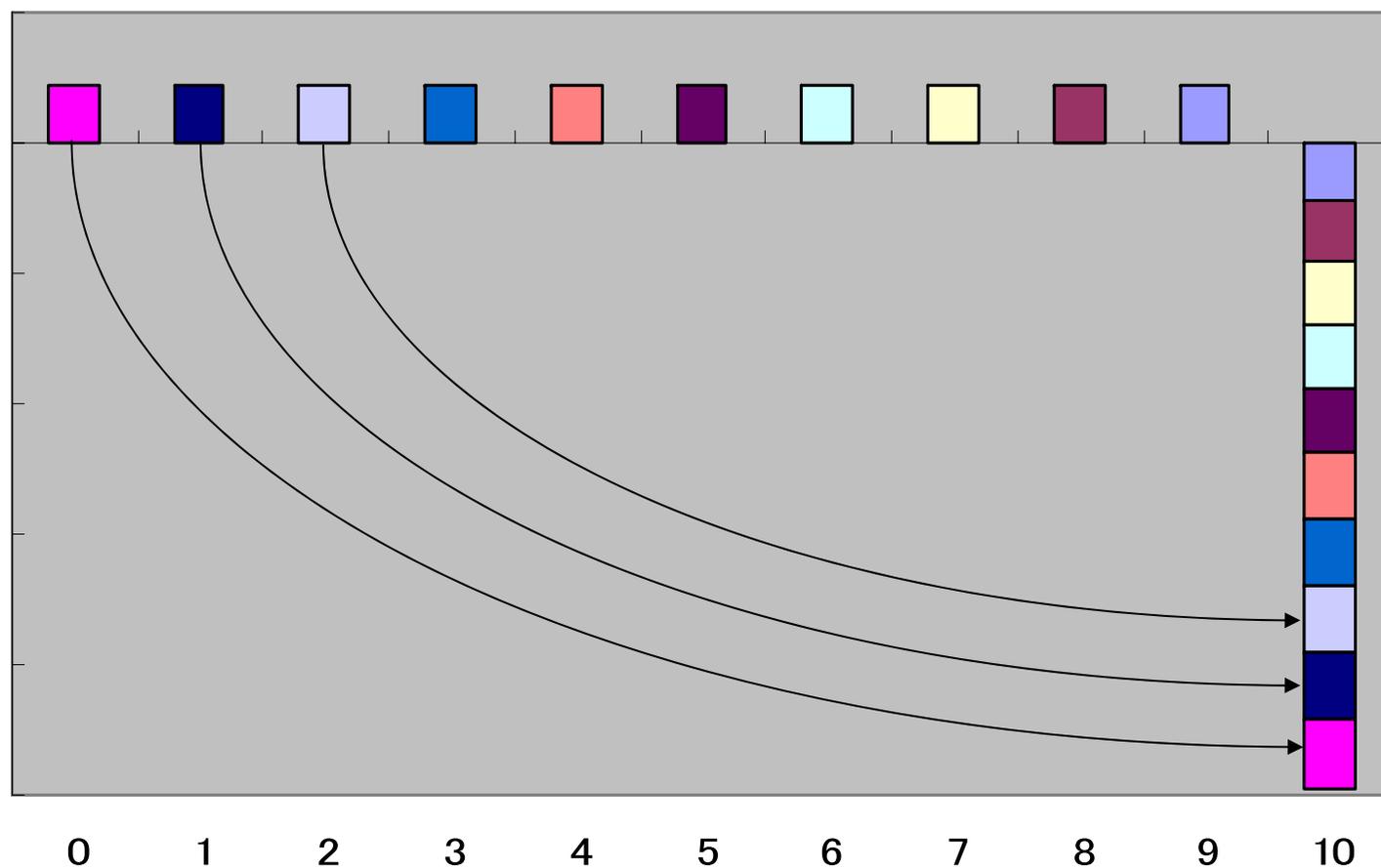
$$\Rightarrow f(m,n) = \{(m+n) * r(m+n) - m * r(m)\} / n$$

計算結果



養老保険：満期保険金を分解する

- 養老保険(年払)をフォワード取引に分解して考えることができる



責任準備金はどうなる？

- 市場金利導入後の責任準備金とは？
 - 責任準備金：保険契約期間の途中で保険会社が所有しておくべき理論的金額
 - つまり責任準備金＝将来支払額の現在価値－将来受取額の現在価値
 - 経済価値的な計算も同様に可能
- その時々金利水準によって異なるので、期間が経過するとややこしい
- 今この瞬間に金利が変動しても、将来備えておくべき金額は変わること
 - 保険契約時点で保険料や保険金はフィックスされる
 - その直後に金利が変動する
 - そうすると価値はどの程度変わるだろうか
- それを理解するために、デュレーションを計算する

デュレーションを計算してみよう

- ①～④のケースについて、保険販売直後のデュレーションを計算しよう
- 保険販売直後の価値＝初回保険料である点に注意
- どの程度のデュレーションとなるだろうか？予想してみよう
- なぜそのような結果となるのか？

実際の責任準備金を計算してみる(事例1)

- 実際に時間が経過した場合の経済価値ベースの責任準備金はどうなるか
 - もちろん金利水準如何だが
 - いくつか金利水準の事例を設定してみよう
- 事例1: 金利の水準が一年後も変わらなかった場合

エクセルで計算すると

ケース	責任準備金
①	92,426
②	8,849,382
③	2,195
④	1,022,500

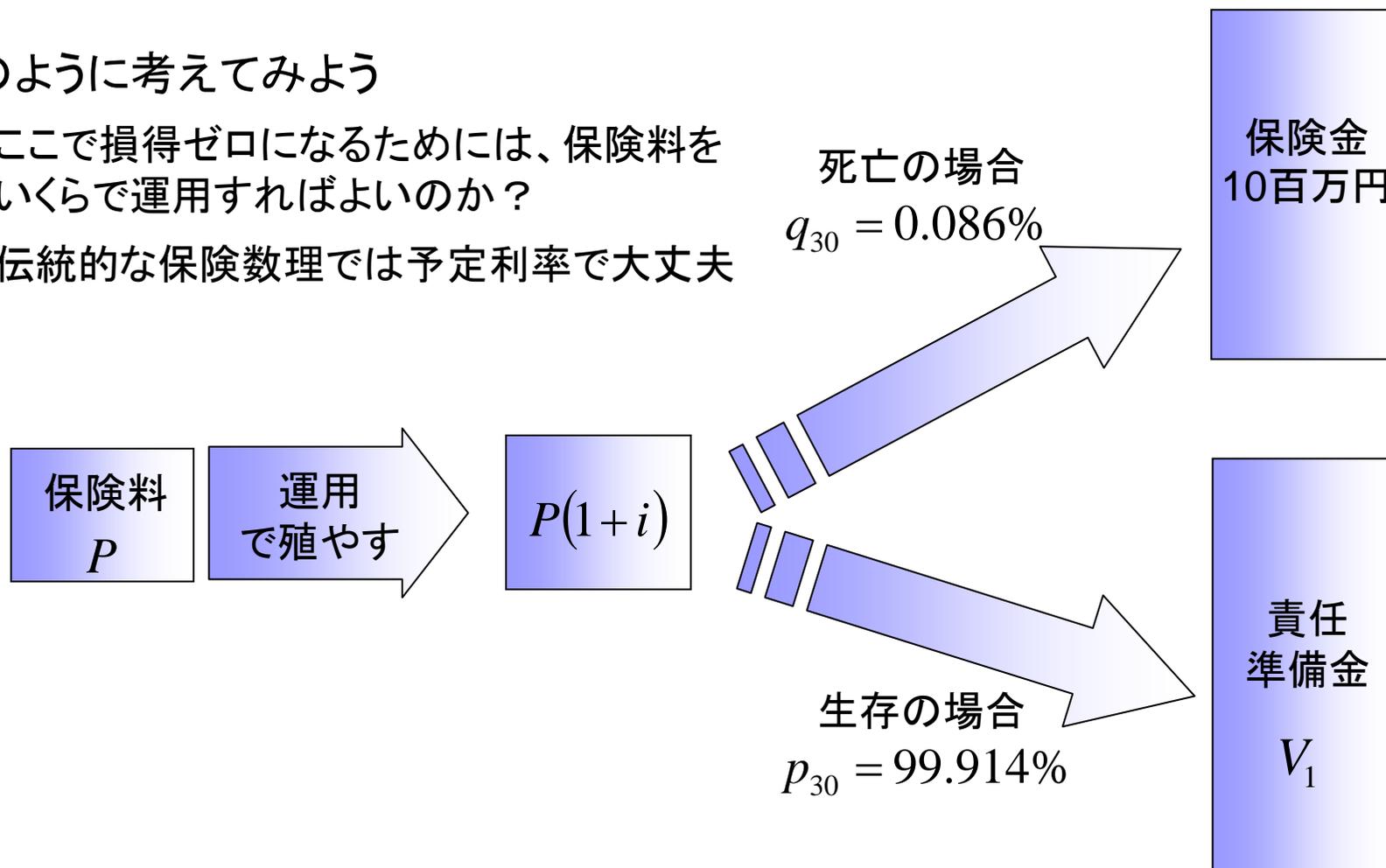
計算結果だけではどういうことかわからない

このような責任準備金を準備しておくことは可能なのか？

保険料をどの程度で運用すればよいのか？

- 次のように考えてみよう

- ここで損得ゼロになるためには、保険料をいくらで運用すればよいのか？
- 伝統的な保険数理では予定利率で大丈夫



実際に計算してみた……

ケース①	保険料	事象	確率	必要額	必要利回り → 1.60%
	99,361	死亡	0.086%	10,000,000	
		生存	99.914%	92,426	
		期待値		100,947	

ケース②	保険料	事象	確率	必要額	必要利回り → 2.69%
	8,618,827	死亡	0.086%	10,000,000	
		生存	99.914%	8,849,382	
		期待値		8,850,371	

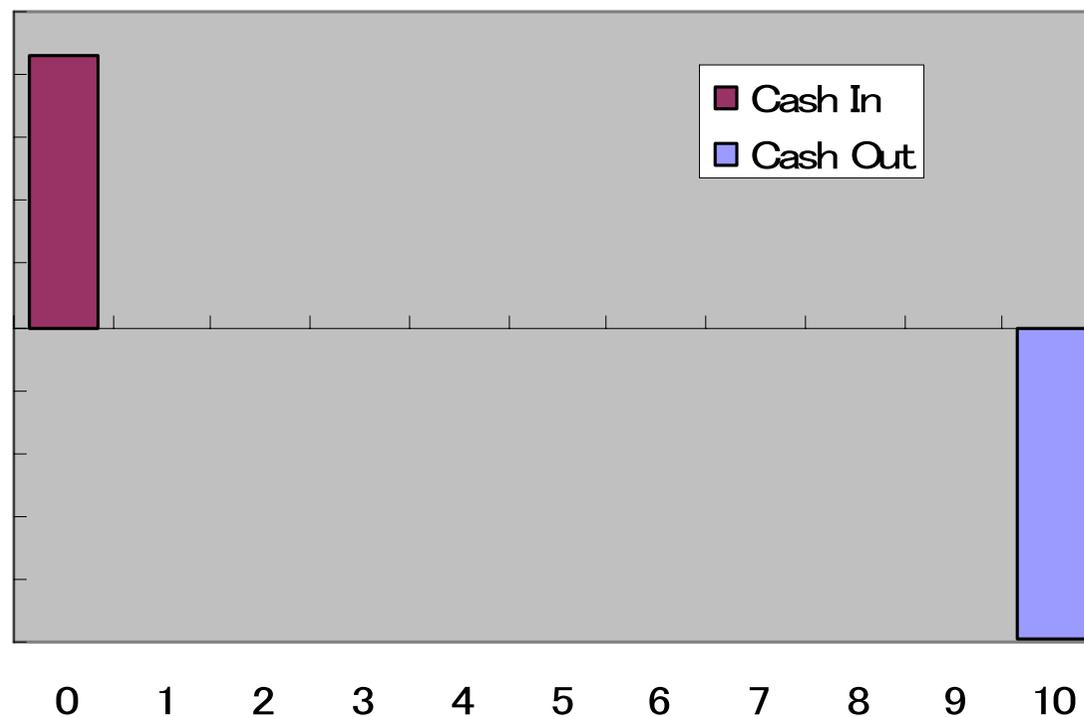
ケース③	保険料	事象	確率	必要額	必要利回り → 3.75%
	10,403	死亡	0.086%	10,000,000	
		生存	99.914%	2,195	
		期待値		10,793	

ケース④	保険料	事象	確率	必要額	必要利回り → 14.16%
	902,422	死亡	0.086%	10,000,000	
		生存	99.914%	1,022,500	
		期待値		1,030,221	

こんな
利回り
得られ
るのか？

例えばケース②の場合、確か.....

- ケース②は殆ど10年割引債と同じようなキャッシュフローだった
 - では実際、10年割引債は、金利が変わらない場合、どの程度の運用利回りとなっているのだろうか？



10年割引債の利回り計算

- 市場金利から、10年割引債(元本100円)は86.106円で買える
 - 注:割引債なので当然クーポンはゼロ

- ではその10年割引債の1年後の値段はいくらか？
 - 当然1年後には「9年割引債」となっている
 - その値段は88.431円
 - つまり、1年間の利回りは、次のとおりになる

$$\frac{88.431}{86.106} - 1 = 2.699\%$$

- ほぼケース②の必要利回りと同じ(賄えている！)
 - このことから何が分かるか？

ケース④について

- したがって、ケース④の価値変動を考える場合、フォワード取引それぞれの価値が1年後にどうなっているかを丹念に追いかける必要がある
 - 保険金を分解した図を思い出してみよう

- 例えば、1年後に9年割引債を買う、というフォワード取引の場合
 - 契約時はゼロ円
 - 10年後の100円を1年後にいくらで買うという契約になるか？(前回の復習)
 - 計算をすると、1年後購入価格(=先渡価格)は86.298円となる
 - 要は、キャッシュフロー的には、1年後-86.298(先渡価格)、10年後100(割引債元本)という組み合わせを持っている、ということになる
 - 現時点での価値はゼロだが、では一年後の価値は？

ケース④について(真面目に計算)

- 全てのフォワード取引について一年後の価値を計算してみた
 - どの取引も「儲かって」いる

	先渡価格	1年後の 先渡価格 価値	1年後の 割引債 元本価値	差額
1年後9年割引債	86.298	86.298	88.431	2.133
2年後8年割引債	86.595	86.403	88.431	2.028
3年後7年割引債	87.131	86.639	88.431	1.791
4年後6年割引債	88.003	86.969	88.431	1.462
5年後5年割引債	89.245	87.322	88.431	1.109
6年後4年割引債	90.842	87.647	88.431	0.784
7年後3年割引債	92.756	87.921	88.431	0.510
8年後2年割引債	94.946	88.140	88.431	0.290
9年後1年割引債	97.372	88.306	88.431	0.125

事例1から学んだこと

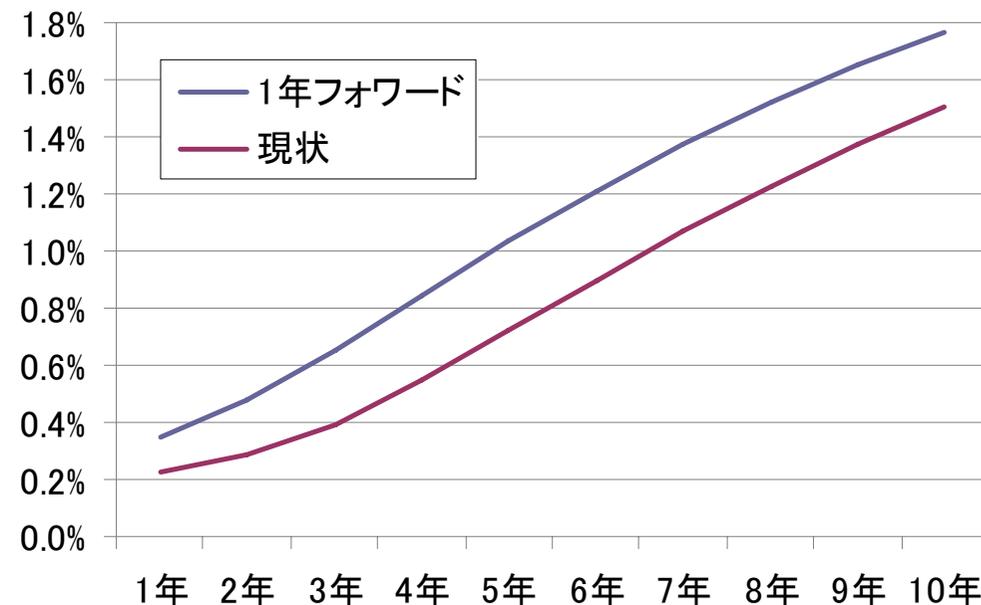
- 事例1のようなイールドカーブの場合、金利が変わらなければ、債券は(見た目の利回り以上に)収益が上がる、ということを意味している
 - 言い換えれば、債券の価値が上昇した、ということ
- 債券価格が上昇＝金利は低下という図式からすると、相対的に金利は低下した、ということを意味している
- 債券運用の世界では、イールドカーブが変わらないという前提の下で得られるリターンを「キャリー」と呼び、このうち、債券価格がイールドカーブの形状によって上下する部分を「ロールダウン」と呼ぶ
 - 今は割引債で考えているので、キャリー＝ロールダウン
 - イールドカーブが右肩上がりならばロールダウン効果が期待できる、ということ

実際の責任準備金を計算してみる(事例2)

- 事例2: 金利の水準が一年後、現時点で計算されるフォワード金利どおりだった場合を考える
 - 金利は上昇している
 - 責準はどうなるか？

エクセルで計算すると

ケース	事例1	事例2
①	92,426	91,060
②	8,849,382	8,636,780
③	2,195	1,828
④	1,022,500	896,595



予想通り、責任準備金は低下した
(金利上昇=価値は低下、の法則どおり)

では運用利回りはどうなっているか？

実際に計算してみた.....

ケース①	保険料			
	99,361	事象	確率	必要額
		死亡	0.086%	10,000,000
		生存	99.914%	91,060
	期待値		99,581	→ 必要利回り 0.222%

ケース②	保険料			
	8,618,827	事象	確率	必要額
		死亡	0.086%	10,000,000
		生存	99.914%	8,636,780
	期待値		8,637,952	→ 必要利回り 0.222%

ケース③	保険料			
	10,403	事象	確率	必要額
		死亡	0.086%	10,000,000
		生存	99.914%	1,828
	期待値		10,427	→ 必要利回り 0.222%

ケース④	保険料			
	902,422	事象	確率	必要額
		死亡	0.086%	10,000,000
		生存	99.914%	896,595
	期待値		904,424	→ 必要利回り 0.222%

同じ
利回り？

ついでにいろいろ計算：10年割引債

- さきほど同様の10年割引債(元本100円、価格86.106円)を考える
- 10年割引債の1年後の値段はいくらか？
 - 当然1年後には「9年割引債」となっている
 - フォワードの9年金利は1.6509%
 - そこから割引債の値段を逆算すると、86.298円
 - つまり、1年間の利回りは、次のとおりになる

$$\frac{86.298}{86.106} - 1 = 0.222\%$$

- またもや同じ利回り.....

さらにいろいろ計算：フォワード取引

- 全てのフォワード取引についても一年後の価値を計算してみた
 - どれも価値はゼロ！

	先渡価格	1年後の 先渡価格 価値	1年後の 割引債 元本価値	差額
1年後9年割引債	86.298	86.298	86.298	0.000
2年後8年割引債	86.595	86.298	86.298	0.000
3年後7年割引債	87.131	86.298	86.298	0.000
4年後6年割引債	88.003	86.298	86.298	0.000
5年後5年割引債	89.245	86.298	86.298	0.000
6年後4年割引債	90.842	86.298	86.298	0.000
7年後3年割引債	92.756	86.298	86.298	0.000
8年後2年割引債	94.946	86.298	86.298	0.000
9年後1年割引債	97.372	86.298	86.298	0.000

事例2から学んだこと

- 事例2のように、フォワード金利どおりに金利が推移した場合、実は、どの債券でどのように運用しても、その利回りは「一年金利」と同じになる！
 - 運用のやり方によって損得が生じない、ということ
- フォワード取引の場合、元手がゼロなので、損益が発生しない
- 債券運用が損か得かは、単に「金利が上昇するか下落するか」ではなく、フォワード金利対比で金利が上昇するか、下落するかによる、ということ
- 保険負債においても、金利がフォワード金利以上に上昇しなければ、負債価値が上昇してしまう、ということ

次回のテーマ

- 「解約」を考慮するとどのように「特性」は変化するか
 - 保険には解約ができるという特性がある
 - 解約した場合、どのようなことが起こるか
 - 解約はどのように発生しうるのか

- 実際には、大数の法則は成立していない
 - 保険キャッシュフローの不確定要素をどのように評価するか
 - むしろ「損害保険」における大きなテーマ

- これらを学んだ上で、ALMについてどう考えれば良いのか