生命保険概論1

生命保険を支える理論～金利の基礎

OLIS-プルデンシャル・ジブラルタ生命保険寄附講座

May, 27 2010

森本　祐司
ymorimoto@capitas.jp

自己紹介

- 1989 – 2000:　東京海上火災保険株式会社（現東京海上日動火災保険）
  - 主業務：資産配分／リスク管理／ALM
  - 子会社として設立された東京海上あんしん生命の設立時にALMを担当
- 1998-1999: 日本銀行金融研究所
  - 「金融と保険の融合について」他の論文を公表
- 2000 – 2003:　モルガンスタンレー証券会社
  - 債券統括本部ポートフォリオ戦略部長
  - 顧客に対してリスク管理・ALMなどのアドバイス
- 2003 –2006:　インテグレイティド・ファイナンス証券株式会社
  - 創設者の一人がロバート・マートン（1997年ノーベル経済学賞受賞者）
- 2007-: キャピタスコンサルティング株式会社　代表取締役
  - 2007年1月に設立（現在は6名）
  - 財務・リスク管理に関するコンサルティングを行う
  - 金融理論と実務を融合させ、戦略的かつ経済価値と整合的なアドバイスを提供
  - URL: http://www.capitas.jp/
- 東京大学数学科卒／マサチューセッツ工科大学経営大学院修了
- 日本アクチュアリー会準会員
- 国際アクチュアリー会ASTIN委員
- 日本アクチュアリー会保険会計部会、保険監督部会、ERM委員会、ALM研究会等メンバー
- 日本保険・年金リスク学会（JARIP）理事

これからの6回の講義の流れ

生保ALMとリスク管理を概観する

- 第一回：金利の基礎
- 第二回：生保ALMの基礎1
- 第三回：生保ALMの基礎2

森本担当

- 第四回：ソルベンシーとALMの実際
- 第五回：変額年金の規制とリスク管理1
- 第六回：変額年金の規制とリスク管理2

松山先生ご担当

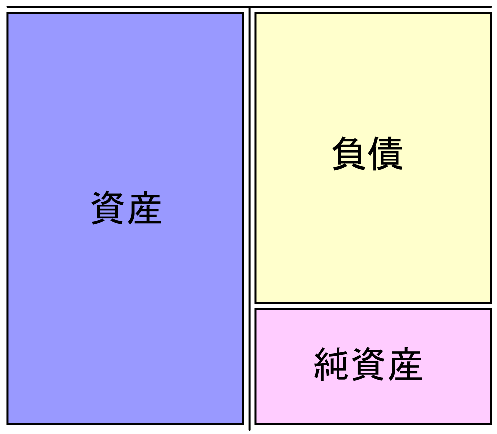
ALMとは何か

ALMとは

- ALM＝Asset Liability Management

- Asset = 資産
  Liability = 負債
  Management = 管理

- 資産と負債を管理する、という言葉から
  どのようなイメージが浮かぶか
  - 資産と負債は会計的な用語？
  - 管理する、とは？
  - アクチュアリーの世界とどう関わるのか？



ALMとは何か

資産・負債とは

- 資産・負債とは何か？
  - 企業の財政状態を表すもの（貸借対照表の要素）
  - 資産：将来得られると期待されるキャッシュフローの現在価値
  - 負債：将来支払うべきキャッシュフローの現在価値
  - 会計的にはいろいろと定義があるが……

- 例えば、生命保険会社の平成21年6月末時点の貸借対照表は下記の通り
  - 単位：10億円
  - JA共済は含まず
  - 各項目の意味は？
    - 責任準備金とは？

- それをどう管理するのか？

現預金等	10,786	保険契約準備金	292,892
有価証券等	238,600	うち責任準備金	284,928
うち公社債	160,968	その他負債	13,074
うち株式	18,210	**負債合計**	**305,966**
うち外国証券	41,431		
貸付金	50,558	基金・株主資本等	7,061
不動産等	6,865	評価差額金合計	1,628
その他	7,847	**純資産合計**	**8,689**
資産合計	**314,655**	**負債・純資産合計**	**314,655**

ALMとは何か

ALMで管理するもの

- 資産や負債の「価値」はある時点では確定している
  - 「価値」とは何か、何であるべきか、については後述

- とすると、管理する必要は何故あるのか？
  - 価値は時間経過とともに変動する
  - 何故変動するのか
    →資産や負債の「評価」が変わる、ということ

- これが<u>リスク</u>
  - リスクがあると貸借対照表の資産や負債が（時間経過とともに）変動する
  - それは企業にとっては良いことか、悪いことか？

ALMとは何か

ALMで管理するもの（続き）

- リスクがある結果としてその差額である「純資産」が変動する
  - 純資産＝資産と負債の差額
  - 純資産は誰のもの？
    - 会社の出資者のもの
    - 相互会社の場合、一体それは誰か？

- 出資者の目的は何か？
  - 企業に出資することで利潤を上げたい
  - どうすれば利潤となるのか
    → 企業の価値が上昇すればよい
  - 企業価値を増加させることが企業（の持ち主である出資者）の目的

- そのためには、企業に何をしてもらえばよいか
  - 企業価値が変動しない限り上昇はしない
  - つまりリスクをとってもらう、ということ？

ALMとは何か

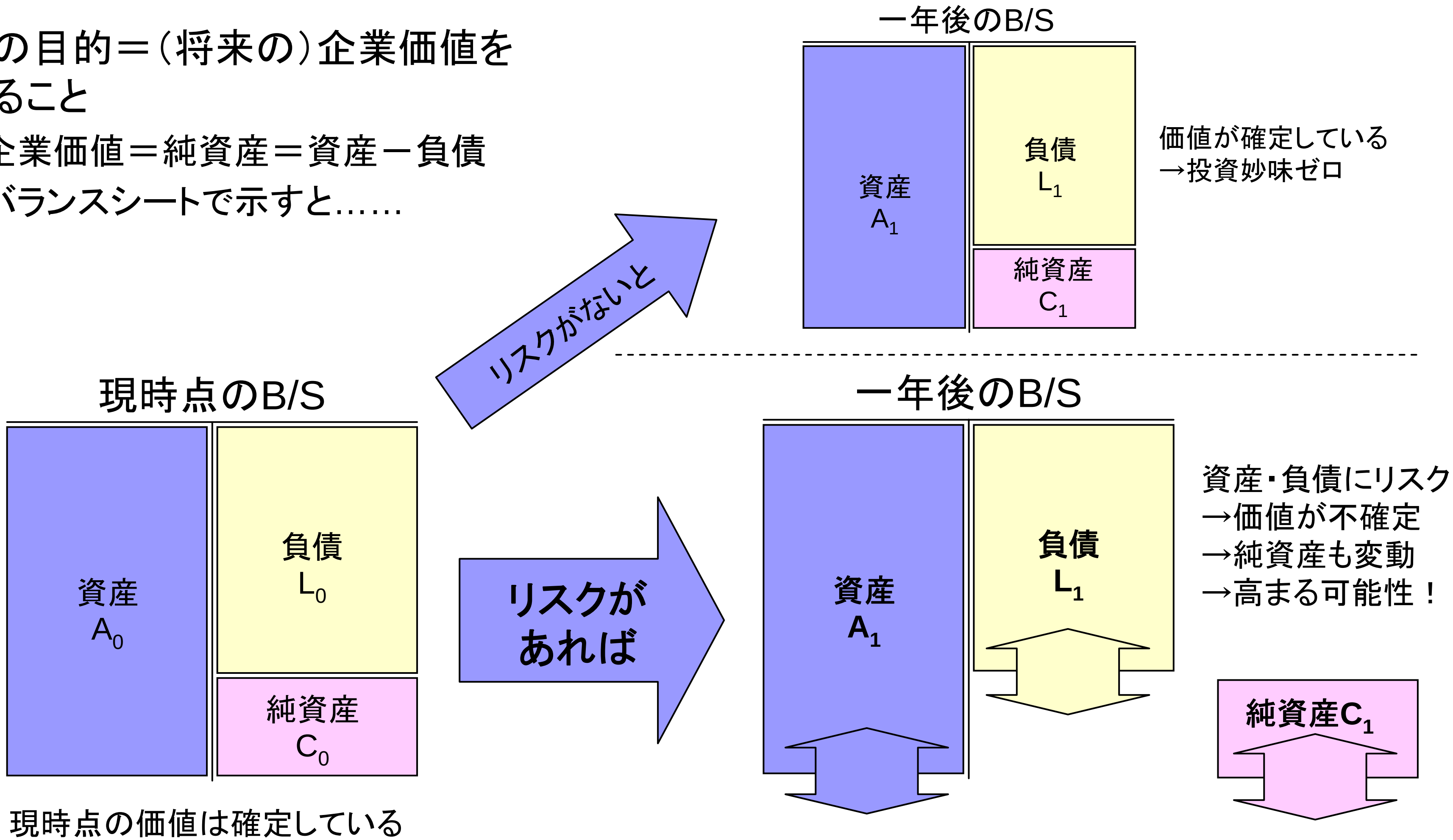
リスクについての整理

- リスクがもたらすもの
  - 予期せぬ損失
  - 予期せぬ収益
  - どちらかといえば損失をイメージすることが多い
- リスクがなければ……
  - 思わぬ損失が回避できる
  - しかし、儲けられない
  - 一方的に損・益だけをもたらす可能性のあるリスクはあるか？
- リスクとうまく「付き合う」必要がある
  - リスクをとることが企業の目的（使命）である
  - 損失はなんとなくいやな感じだが……

ALMとは何か

バランスシートで考える

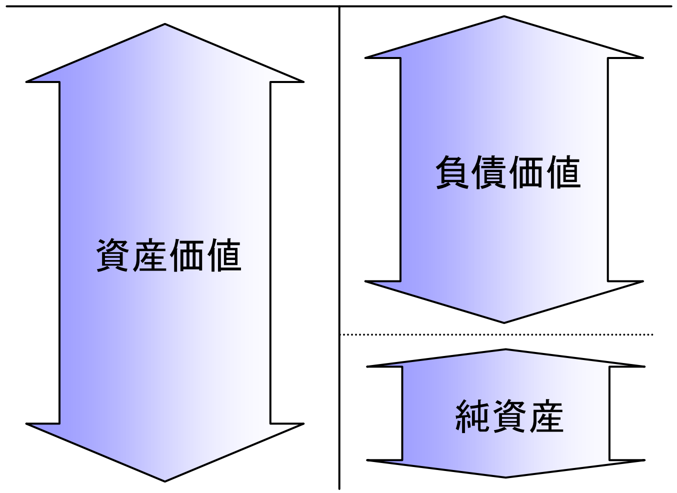
- 企業の目的＝（将来の）企業価値を高めること
  - 企業価値＝純資産＝資産－負債
  - バランスシートで示すと……



ALMとは何か

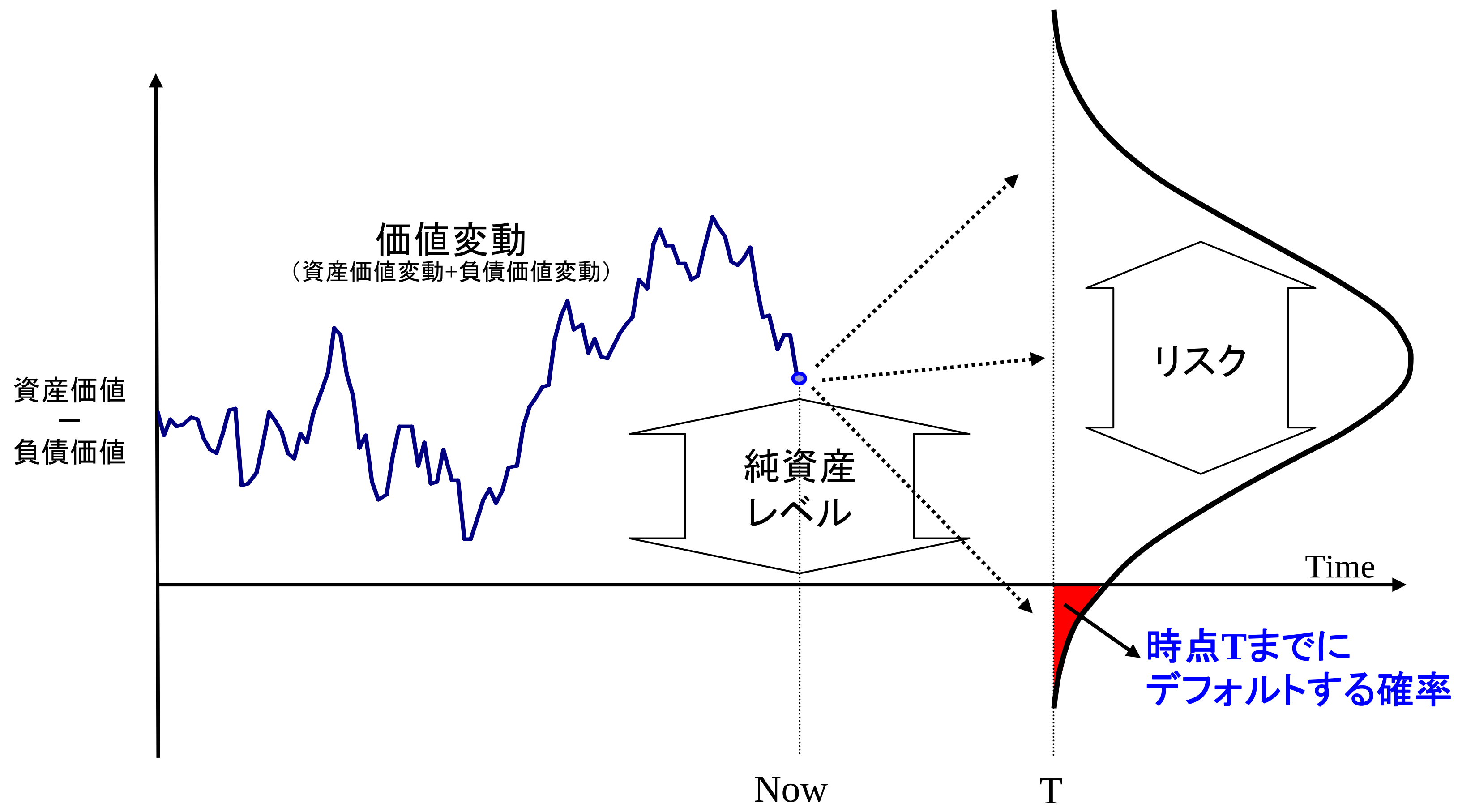
どこまでリスクをとれるのか？

- リスクをとれる裏づけ＝損失が発生してもカバーできる資金の存在
- カバーに用いてよい資金＝資本金（純資産）
- 資本金が尽きてしまう＝債務超過が究極のリスク
  - リスクがある以上、この事態を「完璧」には回避できない
- 金融機関の場合、それ以外のリスクも
  - 債務超過になる可能性が高い企業にはお金を預けることは回避したい？
- どこまで許容すべきか？
  - 企業が決められるのか？
  - 純資産の出し手＝「株主」が決める？



リスク管理の目的

リスクと資本のバランス（Merton Model）



ALMとは何か

価値についての再考

- 資産の価値や負債の価値はどのように決まるのか

- 会計上の考え方はいろいろ
  - 取得原価
  - 時価（市場取引価格）
  - その他
  - 保険負債の考え方については次回以降

- 本来、価値とはどのように考えるべきか
  - 将来のキャッシュフローの現在価値
  - その「価値」であればそのキャッシュフローを交換してよいと一般に考えられるもの
  - 「一般に」というのは曲者だが、それを「市場整合的」と呼ぶことにする
  - こうして求められる価値を「経済価値」と呼ぶことにする

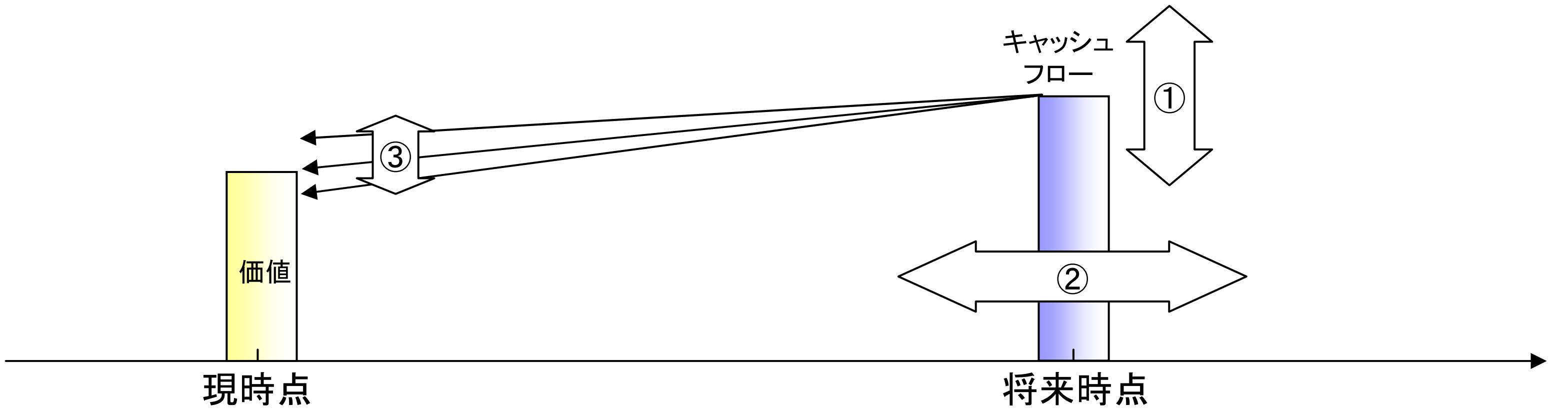
- 何故「経済価値」がよいのか、については後述（次回以降）

ALMとは何か

価値を決める要素について

- 「価値」を決めるのは将来キャッシュフロー
  - そのキャッシュフロー自体「確定していない」ことが多い
  - 2つの変動要素
    - ①発生する額が変動する（符号が逆転することも）
    - ②発生するタイミングが変動する
  - さらに、それを現在価値に引き戻すことも必要
    - ③引き戻す考え方は？

- まずは、将来キャッシュフローが確定している場合を考える　→　金利について



金利の基礎

現在価値を考える

- 将来の（確定した）100円のキャッシュフローは今いくら？
- 市場では大体そのレートが決まっている
  - 例えば1年後の100円の現在価値は98円、2年後の100円が95円とする。
- それをどのように表現するか
  - ひとつの方法：単にその比率を表す
    - 1年後0.98、2年後0.95、…
    - これを<u>ディスカウント・ファクター</u>と呼ぶ
    - 直接的で分かりやすいのだが
  - 別の方法：金利
    - 今の98円がどのくらいの金利で殖やされれば1年後に100円になるのか
    - 表記方法はいろいろ

金利の基礎

金利の表現方法いろいろ

- 素朴な考え方
  - 今の98円を1年後の100円に殖やすには
    98円×$(1+x)=100$ → $x≒2.04\%$
  - 今の95円を2年後の100円に殖やすには
    95円×$(1+x)=100$ → $x≒5.26\%$？

- 一般には1年というのがひとつの基準単位時間となっている（慣習）
  - どうやって年換算するか？
  - やり方はいろいろ
    - 1年で殖えたものを単純に積み上げていく方法（単利）
      95円×$(1+2x)=100$ → $x≒2.63\%$
    - 1年で殖やした方法で再度1年後も運用すると考える方法（複利）
      95円×$(1+x)\times(1+x)=100$ → $x≒2.60\%$

金利の基礎

様々な複利表現方法

- 様々な複利表現
  - 例:半年複利
    - 積み上げていく時間単位を半年とする
    - その代わり、計算ででてくる金利を2倍することで一年換算とする
    - 例:　98円×$(1+x/2)^2=100$ → $x≒2.0305\%$
      95円×$(1+x/2)^4=100$ → $x≒2.5812\%$
    - 同様にして、四半期、月次金利なども可能

- 一般式
  - 現在価値PV、n年後のキャッシュフローFV、$1/m$年複利とする場合

$$PV\left(1+\frac{x}{m}\right)^{mn}=FV$$

$$x=m\left(\left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{mn}}-1\right)$$

金利の基礎

連続複利という考え方

- 複利表現は便利だが、$1/m$年の倍数である期間にしか適用できない
  - 通常の運用の世界では対応方法はあるが、整合性がない

- それを回避する方法: mを大きくすればよい

- どんどん大きくしていくとどうなるか？→連続複利

$$\lim_{m \to \infty}\left(1+\frac{x}{m}\right)^{mn} = \exp(xn)$$

- 一般的な表記:現在価値PV、t年後のキャッシュフローFVの連続複利

$$PV\exp(tx) = FV$$

$$x = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{FV}{PV}\right)$$

金利の基礎

計算してみよう

- エクセル等を用いて、下記計算ができるか、検算してみよう

期間（年）		1	2
現在価値		98	95
将来キャッシュフロー		100	100
ディスカウントファクター		0.98	0.95
m	1	2.0408%	2.5978%
	2	2.0305%	2.5812%
	6	2.0237%	2.5702%
	12	2.0220%	2.5674%
	365	2.0203%	2.5648%
連続複利		2.0203%	2.5647%

- 金利の大きさや複利運用の現実性にはあまり意味がない
  現在価値換算のツールとして整合性がとれているということが大事

金利の基礎

クーポンとしての金利と割引金利の違い

- 実際には債券の取引によって市場の金利が構築されている
  - キャッシュフローが確定している債券＝無リスクの債券≒国債
  - 国債以外の候補は？

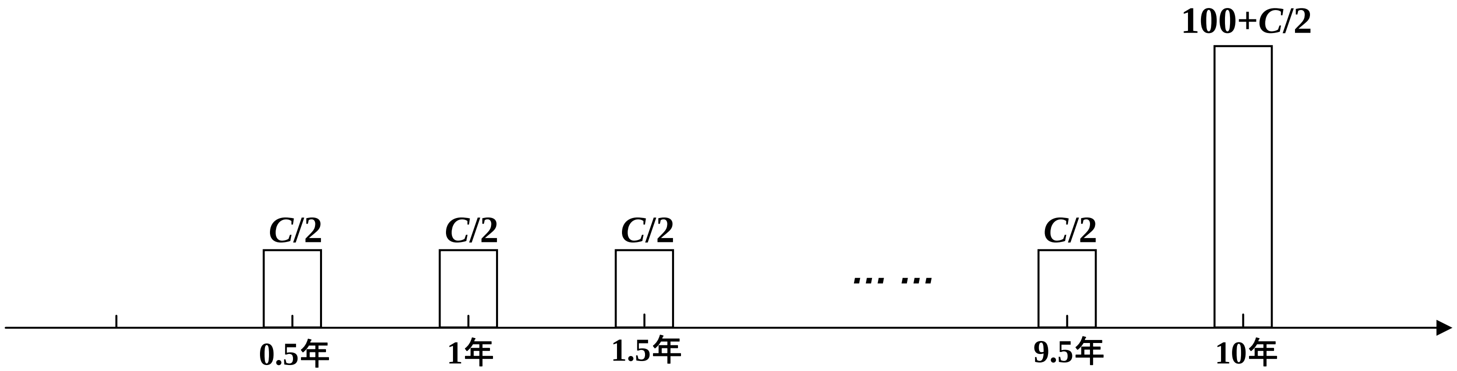
- ただし、一般的に販売されている国債はいわゆる「利付債」
  - 半年毎に金利（クーポン、表面利率）が支払われる
  - 市場で売られている国債は金利（利回り）で表現されている
  - 新聞などでよく見かける言葉：国債金利は上昇（価格は下落）

- 例：最近発行された10年利付国債（第307回）の発行条件
  - 表面利率：　1.3%
  - 発行日：　平成22年5月14日
  - 償還期限：　平成32年3月20日
  - 価格：　99.81円
  - 利回り：　1.321%

金利の基礎

利付債のキャッシュフローと価値

- 利付債のキャッシュフローは？
  - 元本の返済とクーポンからなる
  - 元本は償還期限に支払われる
  - クーポン（表面利率）は、年あたりに支払われるキャッシュフローの元本に対する割合
  - つまりクーポンをCとすると、おおよそ次のようなキャッシュフローになる



  - このときの金利（利回り）＝次式を満たすもの（PV＝価格）

$$PV = \frac{C/2}{(1+r/2)^1} + \frac{C/2}{(1+r/2)^2} + \cdots + \frac{C/2}{(1+r/2)^{2n}} + \frac{100}{(1+r/2)^{2n}}$$

金利の基礎

利付債の金利とは？

- 利付債の金利（利回り）とは？
  - 違う期間の金利も割り引いているので、割引金利ではない
  - どの期間にも同じ割引金利が適用できると仮定した場合には正しい
  - また、PV=100のときはr＝Cとなる（確認してみよう）
  - 残念ながら現実にはそうではないケースが殆ど
  - では何を表している？　→　便宜的なもの？

- 一つの解釈：内部収益率（IRR）
  - 投資プロジェクトの評価指標のひとつ
  - いろいろなところで用いられることもある
  - ただし問題点（使用上の注意？）もいくつかあるので気をつけよう

- いずれにせよ......
  - 将来のキャッシュフローを現在価値に換算するための「金利」ではない
  - ではこれは使えない？→工夫が必要

金利の基礎

利付債 → 割引金利へ

- 次のような例を考える
  - 簡便のため、クーポンは年一回とする
  - 1年から10年債が右のようなクーポン・価格だったとする
  - そのときの割引金利は？（簡便のため、一年複利）
- 1年割引金利は簡単に計算できる
- 2年割引金利は？
- 3年割引金利は？
- このようにして計算される割引金利をスポットレートと呼ぶ
  - 金利モデル等では、期間を限りなくゼロに近づけた瞬間短期金利のことをスポットレートと呼ぶこともあるので注意

期間	クーポン	価格
1	0.20%	100.1
2	0.30%	100.1
3	0.50%	100
4	0.60%	99.6
5	0.80%	99.6
6	1.00%	99.7
7	1.00%	98.7
8	1.40%	100.7
9	1.20%	98.2
10	1.60%	100.9

金利の基礎

実務的な「割引金利」入手方法

- 現実の国債は年二回利払いが多い
  - 10年国債の場合3月、6月、9月、12月の20日となる
  - 満期もそのどれかの日付である
  - 測定したい日(例えば今日)から見ると、中途半端なキャッシュフローが多いことに

- そこからどのように割引金利を導出するか？
  - 簡便な手法:
    前頁のような方法を用いるために、最も近い債券の情報を入手し、その債券のキャッシュフローを一年毎と仮定する
  - もう少し細かく設定する:
    例えば年限5年であれば、その前後の債券を選び、両者の利回りの平均値を5年債の金利(価格は100円)とする

- いずれの場合でも、どのような「近似」をしているかの認識が重要

金利の基礎

任意の時点の割引金利を決めたい場合

- 実際には、任意の時点（1.3年など）の割引金利が必要になる
  - 実務的には安易に「直線補間」することが多い

- より高度な手法としてスプラインカーブなどを用いた「スムージング」手法がある
  - 適当に年限の区切りを決める（これをノット・ポイントと呼ぶ）
    - t=0、1、2、3、5、7、10、15、20、30年など
  - 各時点での金利をr_tとする
  - 各ノットポイント間を滑らかにつなぐカーブ（3次曲線）を決める
  - それらが次の条件を満たす中で、「作成された割引金利カーブから計算された価格」と「実際の市場価格」が最も小さくなるように、カーブのパラメータおよびノットポイントの金利を定める
    - 条件1：ノットポイントでのカーブの値はr_tに一致する
    - 条件2：ノットポイントでのカーブの一次微分値を一致させる（滑らかにつなぐ）
    - 条件3：ノットポイントでのカーブの二次微分値を一致させる
    - 条件4：端（0年および最長年）でのカーブの形状をなんらか規定する
  - 詳細はvan Deventer and Imai, “Financial Risk Analytics “ (1996)などを参照のこと

金利の基礎

金利リスクについて

- 金利が変動すると価格が変動する
  - 今この瞬間に金利が変動すると仮定する
  - 最初は「どの年限のスポットレートも同じ幅だけ変動する」と考える

- 数値例を用いる
  - 下記のような利付債があったとする
  - 上述した手法で割引金利（スポットレート）を求めていく

	期間	クーポン	価格
債券A	1年	3%	100円
債券B	2年	2%	97.9円
債券C	3年	4%	102.2円

$$100 = \frac{103}{1+r_1} \Rightarrow r_1 = 3\%$$

$$97.9 = \frac{2}{1+r_1} + \frac{102}{(1+r_2)^2} \Rightarrow r_2 = 3.1001\%$$

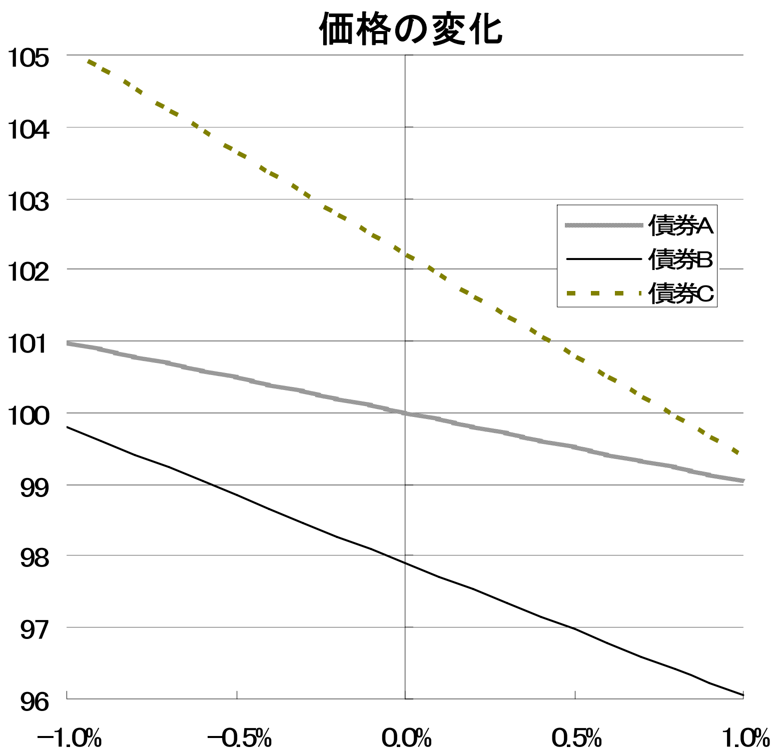
$$102.2 = \frac{4}{1+r_1} + \frac{4}{(1+r_2)^2} + \frac{104}{(1+r_3)^3}$$

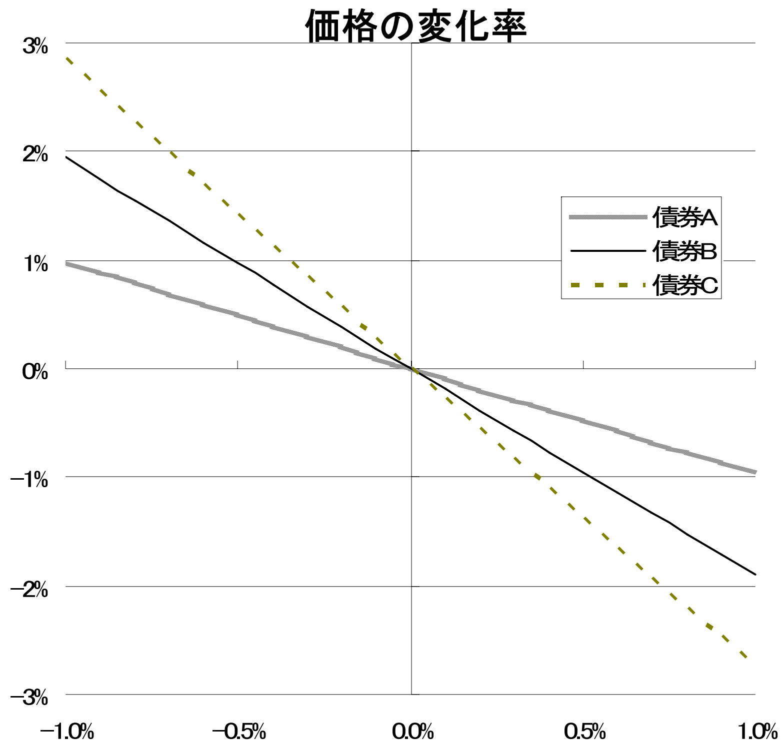
$$\Rightarrow r_3 = 3.2251\%$$

金利の基礎

金利感応度

- 金利が変動したら価値はどう変動するか（金利感応度）
  - 前ページの債券の価値は金利変化に応じて下記のように変化する





金利の基礎

デュレーション

- 債券の金利感応度を一般的に計算してみる
  - 金利がx変動した場合の価値を$PV(x)$と書く
  - クーポンをC、各金利をr_1等と記すと

$$PV(x)=\frac{C}{1+r_1+x}+\frac{C}{(1+r_2+x)^2}+\cdots+\frac{100+C}{(1+r_n+x)^n}$$

  - 変化を見る→x＝0での傾きを見る→微分してx＝0とする

$$\frac{dPV(x)}{dx}=-\frac{C}{(1+r_1+x)^2}-2\frac{C}{(1+r_2+x)^3}-\cdots-n\frac{100+C}{(1+r_n+x)^{n+1}}$$

$$\left.\frac{dPV(x)}{dx}\right|_{x=0}=-\frac{C}{(1+r_1)^2}-2\frac{C}{(1+r_2)^3}-\cdots-n\frac{100+C}{(1+r_n)^{n+1}}$$

  - これを現在価値で割る（変化率を見る）　＝　<u>デュレーション</u>

$$\left.\frac{dPV(x)}{dx}\right|_{x=0}\Big/PV(0)=-\overbrace{\left\{\frac{C}{(1+r_1)^2}+\frac{2C}{(1+r_2)^3}+\cdots+\frac{n(100+C)}{(1+r_n)^{n+1}}\right\}\Big/PV(0)}$$

金利の基礎

デュレーション（続き）

- 平均残存期間
  - 単純化1：C=0とする

$$\left.\frac{dPV(x)}{dx}\right|_{x=0} \Big/ PV(0) = -n\frac{100}{(1+r_n)^{n+1}} \Big/ \frac{100}{(1+r_n)^n} = -\frac{n}{(1+r_n)}$$

この部分が1に近ければほぼn
＝債券の年限

  - 単純化2：すべてのr_i＝r（同じ）と考える

$$\frac{1}{PV(0)}\left.\frac{dPV(x)}{dx}\right|_{x=0} = -\frac{C}{(1+r)^2} - 2\frac{C}{(1+r)^3} - \cdots - n\frac{100+C}{(1+r)^{n+1}}$$

$$= -\frac{1}{PV(0)(1+r)}\left\{\frac{C}{1+r} + \frac{2C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{n(100+C)}{(1+r)^n}\right\}$$

金利の基礎

単純化2についての注記

- これは単なる単純化ではない
  - 市場で一般に「債券の利回り」といった場合、一つの金利で表すことがあると説明した
  - その場合の次のような関係を満たす金利のことをいう
    - 厳密な計算方法は市場慣行に対応する必要があるので要注意

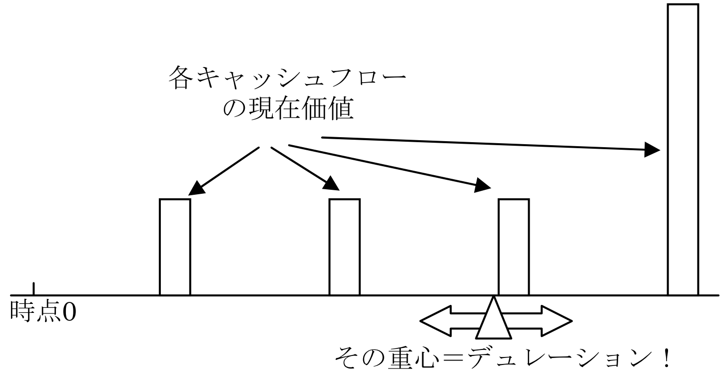
$$PV(0)=\frac{C}{1+r}+\frac{C}{(1+r)^2}+\cdots+\frac{100+C}{(1+r)^n}$$

  - いわゆる内部収益率（IRR）と同じ
    →導出するのはやや面倒（エクセルのソルバー等、最適化モデルが必要に）
  - この「利回り（IRR)」が変化した場合、価値がどう動くか、ということを考えている
  - そういう考え方もかなり一般的
  - ただし、そのことと「すべての期間の金利が一定値変動する」ということでは同じではないことに注意（現実的にはかなり近い値だが……）

金利の基礎

デュレーション(続き)

- なぜデュレーション?
  - デュレーション:存続時間、残存期間
  - ここでは「平均的な残存期間」の意味
  - 厳密には「各キャッシュフローの現在価値」で加重した平均的残存期間
  - 先ほどの債券についてデュレーションDを式で表すと次のとおり



$$D=\left\{\frac{C}{(1+r_1)^1}+\frac{2C}{(1+r_2)^2}+\cdots+\frac{n(100+C)}{(1+r_n)^n}\right\}\Bigg/PV(0)$$

  - 単純化2に当てはめると

$$\frac{1}{PV(0)}\frac{dPV(x)}{dx}=-\frac{D}{1+r}$$

  - 「ほぼ」平均的な残存期間と価格変化率は等しい!→この右辺を「修正デュレーション」と呼ぶ
→Dのことを「マコーレーのデュレーション」と呼ぶ

金利の基礎

一般の複利方法で考える

- 年f回複利で考える
- より一般化してk/f年でのキャッシュフローをC_k、金利をr_kとすると、

$$PV(x)=\frac{C_1}{\left(1+\frac{r_1+x}{f}\right)^1}+\frac{C_2}{\left(1+\frac{r_2+x}{f}\right)^2}+\cdots+\frac{C_n}{\left(1+\frac{r_n+x}{f}\right)^n}$$

- よってまじめに微分すると

$$\frac{dPV(x)}{dx}=$$

金利の基礎

連続複利で考える

- 連続複利で考える：時点t_iでのキャッシュフローをC_i、金利をr_iとすると（i=1,2,...,n）

$$PV(x) = C_1 \exp(-t_1(r_1 + x)) + C_2 \exp(-t_2(r_2 + x)) + \ldots + C_n \exp(-t_n(r_n + x))$$

- 微分するとどうなるか？

金利の基礎

デュレーションから生まれる誤解

- 債券の金利感応度≒残存期間
  - したがって、デュレーションのことを「年」という単位で呼ぶことも多い
  - 金利変化幅×デュレーションが価値変化率とみなせる
  - しかし近似が成り立つのはあくまでもキャッシュフローが固定されている世界での話
  - また、キャッシュフローが同じ方向を向いているときには直感的に分かりやすいが……
  - 何でも「金利感応度は平均残存期間」と思っていると大きな落とし穴に……

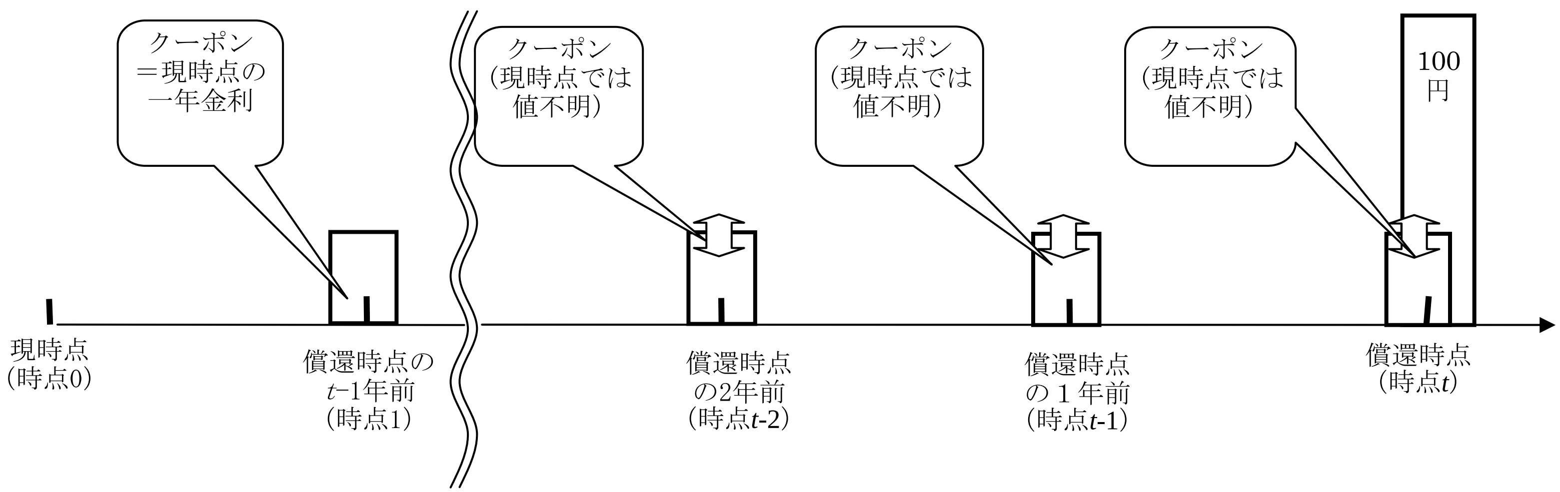
- 誤解1：変動利付債
  - n年間の債券で、年1回利払いとする
  - i番目のクーポンはi-1番目のクーポンが払われた時点、つまりi-1年目で決定され、それはそのときの一年金利（年1回複利）に等しくなるとする
  - 額面100円で、それは満期（n年目）に支払われる
  - 問題
    - この債券の価格はいくらか？
    - 金利感応度はどうなるか？

金利の基礎

変動利付債：図で考える

- 変動利付債を図で表現すると次のようになる

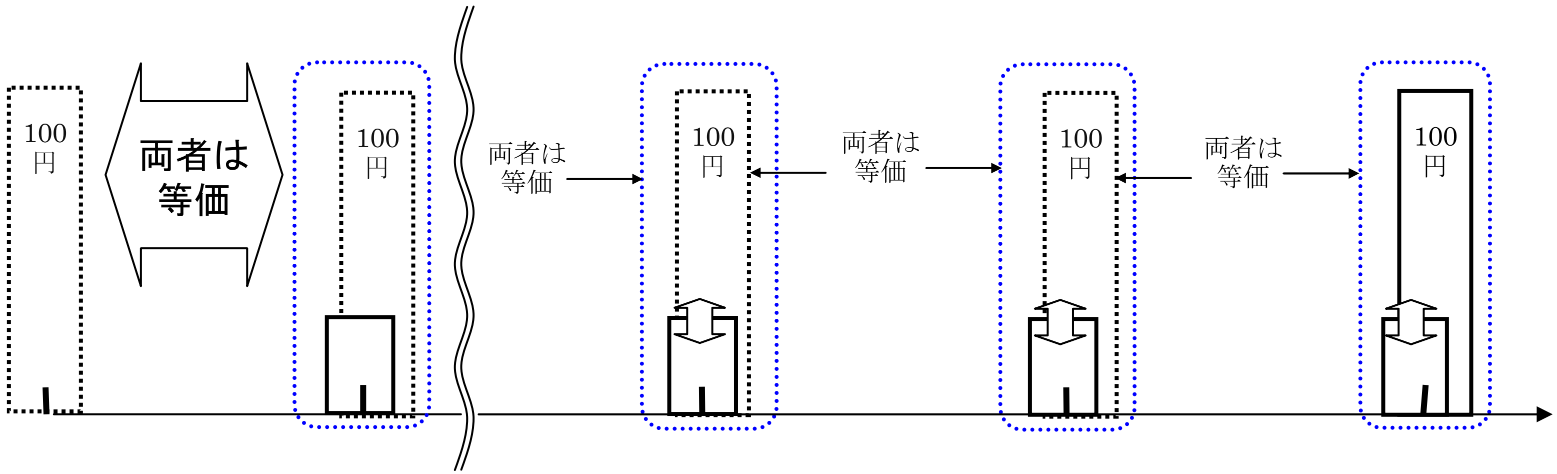
- どうやって現在の価値がわかるのか？



金利の基礎

変動利付債：図で考える

- 補助線ならぬ補助図を入れてみると……！



- 図からわかること
  - 将来キャッシュフローが分かっていないのに今の価値は確定（100円）
  - 金利が動いても、2つめのクーポン以降の関係は変わらない
  - とすると、これは1年債と同じ効果を持つことに
  - つまりデュレーションは（この債券の残存期間とは関係なく）1年となる

金利の基礎

誤解その2：キャッシュフローに出入りがある場合

- キャッシュフローの出入りが両方あるもの
  - デリバティブ
  - 保険契約

- 簡単な問題
  - 先ほど例示した3つの債券で考える
  - 今、1年後、2年後に25円ずつ払うと3年後に100円もらえるという債券Dがあるとする
  - 問題1：債券Dの現在価値はいくらか？
  - 問題2：この債券のデュレーションはどの程度か？

- あなたのデュレーション予想は
  - 3％よりもかなり小さい
  - 3％程度
  - 3％よりもかなり大きい

金利の基礎

誤解その2：計算してみよう

問題1

問題2

金利の基礎

代替案としてのDV01（PV01、PVBP、BPVなど)

- デュレーションは有名ではあるが、取り扱いが面倒な場合も
- 代替案（というより感応度に関して言えば普通の考え）：DV01
  - 金利が0.01%変動したら、価値がどの程度変動するか
  - 現在の価値で割り算しなければよいだけ、つまり

$$DV01 = PV(0.01\%) - PV(0)$$

  - 微分値を用いると近似的に下記のとおり（デュレーションと同じ）

$$\left.\frac{dPV(x)}{dx}\right|_{x=0} \approx \frac{PV(0.01\%) - PV(0)}{0.01\% - 0} = \frac{DV01}{0.01\%}$$

$$DV01 \approx 0.01\% \times \left.\frac{dPV(x)}{dx}\right|_{x=0}$$

  - この方法が一般に用いられている
（0.01%をかける前のものをダラー・デュレーションなどと呼ぶこともある）

次回の予定

- 生命保険数理に市場金利の概念を加えたらどうなるか
  - 価値はどう変わる？
  - 金利が変動したらどうなる？